令和３年度徳山高専入学者選抜学力検査（数学）　の解答（注）解き方の一例です

1　次の各問いに答えなさい。

(注)　$(-2)^2=(-2)\times(-2)=4$
$-2^2=-(2\times 2)=-4$

(1)　$-2^2\div\frac{3}{5}+6\times\left(\frac{1}{3}\right)^2$ を計算すると $\boxed{アイ}$ である。

$=-4\times\frac{5}{3}+6\times\frac{1}{9}=-\frac{20}{3}+\frac{2}{3}=-\frac{18}{3}=\underline{-6}$

(2)　2次方程式 $2x^2+8x-1=0$ を解くと $x=\dfrac{\boxed{ウエ}\pm\boxed{オ}\sqrt{\boxed{カ}}}{\boxed{キ}}$ である。

解の公式 → $ax^2+bx+c=0$
$x=\dfrac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$

左より $a=2, b=8, c=-1$ だから
$x=\dfrac{-8\pm\sqrt{8^2-4\times2\times(-1)}}{2\times2}=\dfrac{-8\pm6\sqrt{2}}{4}=\underline{\dfrac{-4\pm3\sqrt{2}}{2}}$

(3)　2つの関数 $y=\frac{a}{x}$ と $y=-3x+1$ について，x の値（あたい）が1から4まで増加するときの変化の割合が等しい。このとき，$a=\boxed{クケ}$ である。

$y=\frac{a}{x}$ において

x	$1 \longrightarrow 4$
y	$a \longrightarrow \frac{a}{4}$

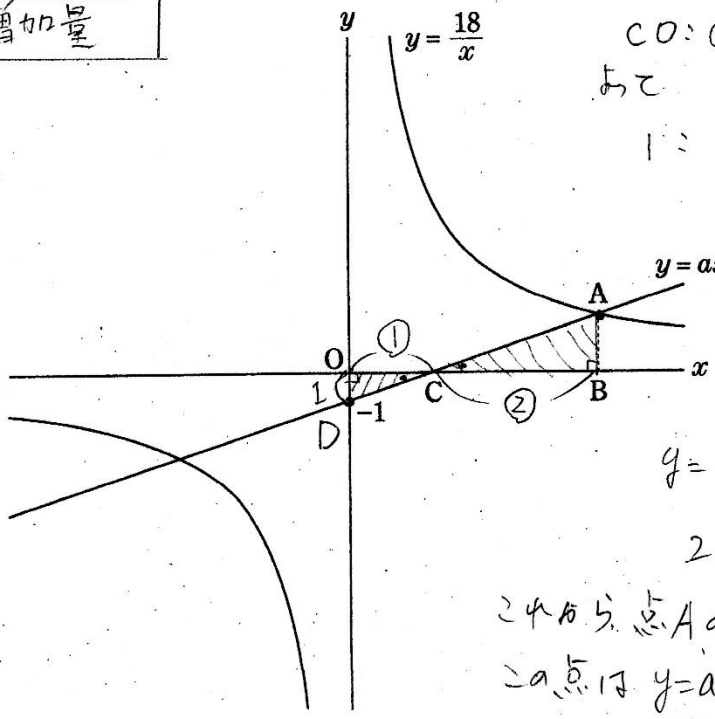
xの増加量 $=4-1=3$
yの増加量 $=\left(\frac{a}{4}-a\right)=-\frac{3}{4}a$

よって変化の割合は
$-\frac{3}{4}a\div3$
$=-\frac{3}{4}a\times\frac{1}{3}=-\frac{1}{4}a$

$y=-3x+1$ の変化の割合は -3 だから
$-\frac{1}{4}a=-3$
$\underline{a=12}$

(4)　下の図のように，関数 $y=\frac{18}{x}$ のグラフと直線 $y=ax-1$ が2点で交わっている。そのうち，x 座標が正であるものを A とする。点 A から x 軸に垂線を引き，その交点を B とする。また，直線 $y=ax-1$ と x 軸との交点を C とすると，BC : CO = 2 : 1 である。このとき，点 A の y 座標は $\boxed{コ}$ であり，$a=\dfrac{\boxed{サ}}{\boxed{シ}}$ である。

変化の割合 $=\dfrac{y\text{の増加量}}{x\text{の増加量}}$



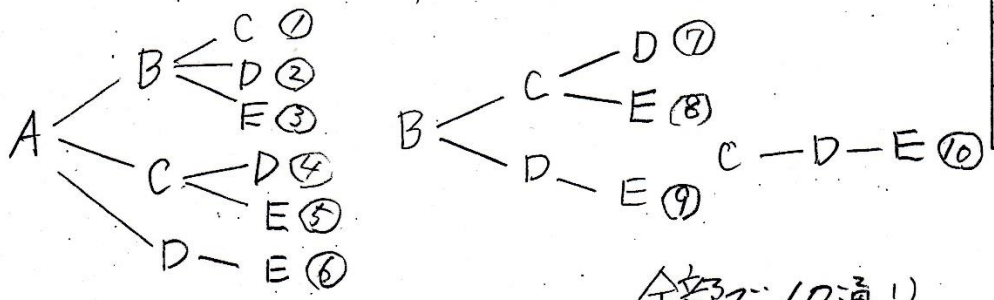
図において
△OCD ∽ △BCA となるから
CO : CB = OD : BA
よって
1 : 2 = 1 : AB
これから
AB = 2
よって Aの y 座標は 2
点Aは $y=\frac{18}{x}$ 上にあるので
$y=\frac{18}{x}$ で $y=2$ を代入すると
$2=\frac{18}{x}$ よって $x=9$
これから 点Aの座標は $(9, 2)$ となる。
この点は $y=ax-1$ 上にもあるので
$y=ax-1$ で $x=9$, $y=2$ を代入する
$2=9a-1$
$9a=3$ よって $\underline{a=\frac{1}{3}}$

(5) A，B，C，D，Eの5人から，くじ引きで3人の当番を選ぶとき，選び方は全部で **スセ** 通りある。

(6) あるクラスにおいて，各生徒が冬休み中に図書館から借りた本の冊数をまとめたところ，右の度数分布表のようになった。このとき，冊数の最頻値（モード）は **ソ** 冊である。また，4冊借りた生徒の人数（にんずう）の相対度数は，小数第3位を四捨五入して表すと0.**タチ** である。

冊数（冊）	度数（人）
0	6
1	8
2	9
3	5
4	6
5	1
6	1
合計	36

(5) 選び方を図で表わすと、次のとおりになる。



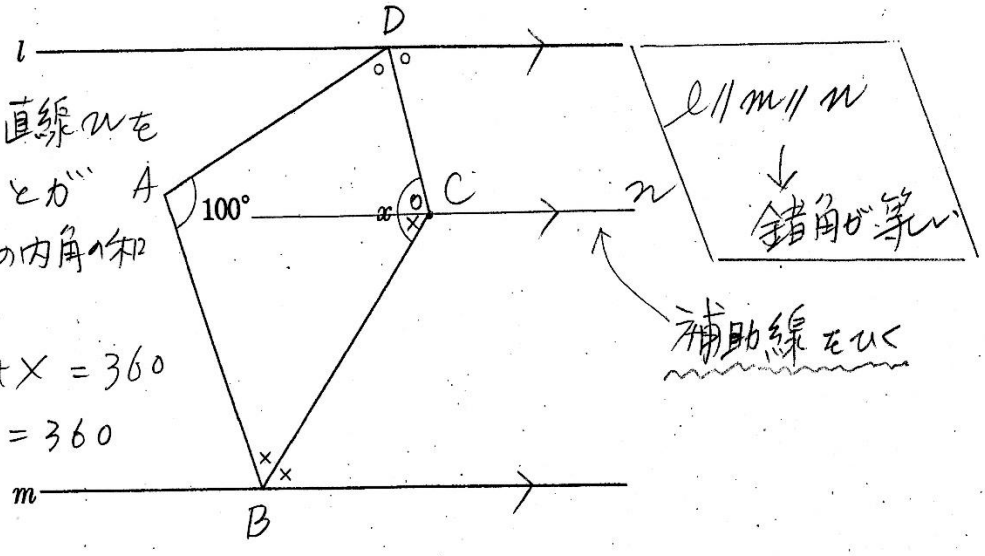
全部で10通り

(6) 度数分布表で度数が一番多いのは9(人)であるので
冊数の最頻値は 2冊 である。

4冊借りた生徒の人数は6人だから、相対度数は

$$\frac{6}{36} = \frac{1}{6} = 0.16\cancel{8}\cdots \quad 0.17$$

(7) 下の図で，2直線 l，m は平行であり，同じ印のつけられている角がそれぞれ等しいとき，$\angle x =$ ツテト ° である。



直線 l に平行でCを通る直線 n を引くと、図のように表すことができる。四角形ABCDの内角の和は360°だから、

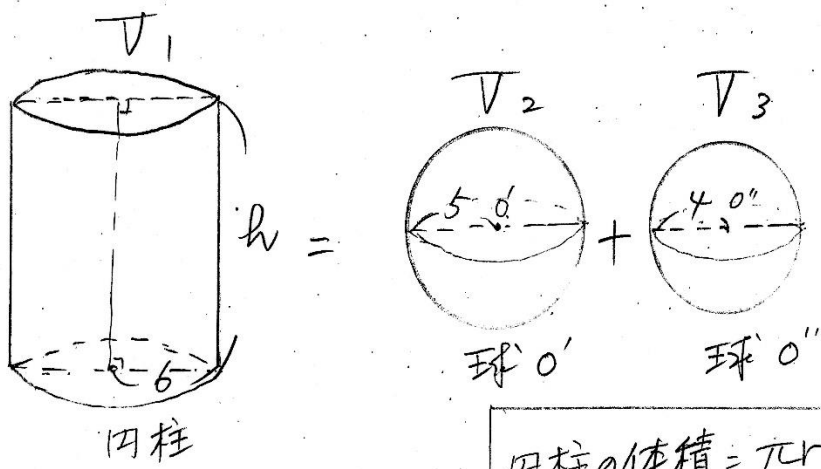
$100 + o + o + x + x = 360$

$100 + 2(o + x) = 360$

$2(o + x) = 260$

$o + x = 130$　$(o + x)$ は $\angle x$ に等しいので　$\angle x = 130°$

(8) 底面の半径 6 cm，高さ h cm の円柱がある。この体積が，半径 5 cm の球と半径 4 cm の球の体積の和に等しいとき，$h =$ ナ cm である。



円柱の体積 $= \pi r h$

球の体積 $= \frac{4}{3}\pi r^3$

$V_1 = \pi \times 6^2 \times h = 36\pi h$ (cm³)

$V_2 = \frac{4}{3} \times \pi \times 5^3 = \frac{4}{3} \times \pi \times 125 = \frac{500}{3}\pi$ (cm³)

$V_3 = \frac{4}{3} \times \pi \times 4^3 = \frac{4}{3} \times \pi \times 64 = \frac{256}{3}\pi$ (cm³)

よって　$36\pi h = \frac{500}{3}\pi + \frac{256}{3}\pi$

$36\pi h = \frac{756}{3}\pi$　　$36\pi h = 252\pi$

$h = \frac{252\pi}{36\pi} = 7$　　$h = 7$

2 図１のように，自然数を１段に７つずつ，１から小さい順に並べていく。このとき，次の各問いに答えなさい。

図１

１段目	1	2	3	4	5	6	7 → 7×1
２段目	8	9	10	11	12	13	14 → 7×2
３段目	15	16	17	18	19	20	21 → 7×3
4段目	22	23	24	25	26	27	28 → 7×4
⋮				⋮			⋮
n段目	7n−6	7n−5	7n−4	7n−3	7n−2	7n−1	7n → 7×n

(1) 図２のように，

1	2
8	9

や

12	13
19	20

のような図１の中にある自然数を四角で囲ってできる４つの数の組

a	b
c	d

について考える。⇒

規則性を考えると、
bは、aより１大きい
cは、aより７大きい
dは、aより８大きい
のが分かる。

⇓

これから、

$b = a + 1$
$c = a + 7$
$d = a + 8$

と表せる。

図２

１段目	1	2	3	4	5	6	7
２段目	8	9	10	11	12	13	14
３段目	15	16	17	18	19	20	21
⋮				⋮			

このとき，$ad - bc$ の値(あたい)はつねに-7になることを次のように証明した。

【証明】

b，c，d をそれぞれ a を用いて表し，$ad - bc$ を計算すると，

$$ad - bc = a\left(a + \boxed{ア}\right) - \left(a + \boxed{イ}\right)\left(a + \boxed{ウ}\right)$$
$$= a^2 + \boxed{ア}\,a - \left(a^2 + \boxed{エ}\,a + \boxed{オ}\right)$$
$$= -7$$

となる。

$ad - bc = a(a+8) - (a+1)(a+7)$
$= a^2 + 8a - (a^2 + 8a + 7)$
$= -7$

【証明終わり】

−7−

(ア) 8 (イ) 1 (ウ) 7 (エ) 8 (オ) 7

(2) 図1の n 段目において，左から3番目の数を A とし，左から4番目の数を B とする。このとき，A，B は n を用いて

$$A = \boxed{カ}\,n - \boxed{キ}, \qquad B = \boxed{ク}\,n - \boxed{ケ}$$

と表される。$AB = 1482$ であるとき，n の値は $\boxed{コ}$ である。

(3) 図1の n 段目にあるすべての自然数の和が861になった。このとき，n の値は $\boxed{サシ}$ である。

(2) 図1において、各段の右端の数に着目するとすべて7の倍数になっている。
これから、n段目の右端の数は、$7n$で表されるので、左から3番目の数は、$7n$より4小さい。また、4番目の数は、$7n$より3小さいことが分かる。
したがって、$A=7n-4$, $B=7n-3$ と表される。

$AB=1482$ だから、$(7n-4)(7n-3)=1482$

$$49n^2-49n+12=1482$$
$$49n^2-49n-1470=0$$
$$7n^2-7n-210=0$$
$$n^2-n-30=0$$
$$(n-6)(n+5)=0$$

これから、$n=-5, 6$

$n>0$ より $n=6$

$n=6$

(3) 図1のn段目にあるすべての自然数は、

$7n-6, 7n-5, 7n-4, 7n-3, 7n-2, 7n-1, 7n$ で表せる。

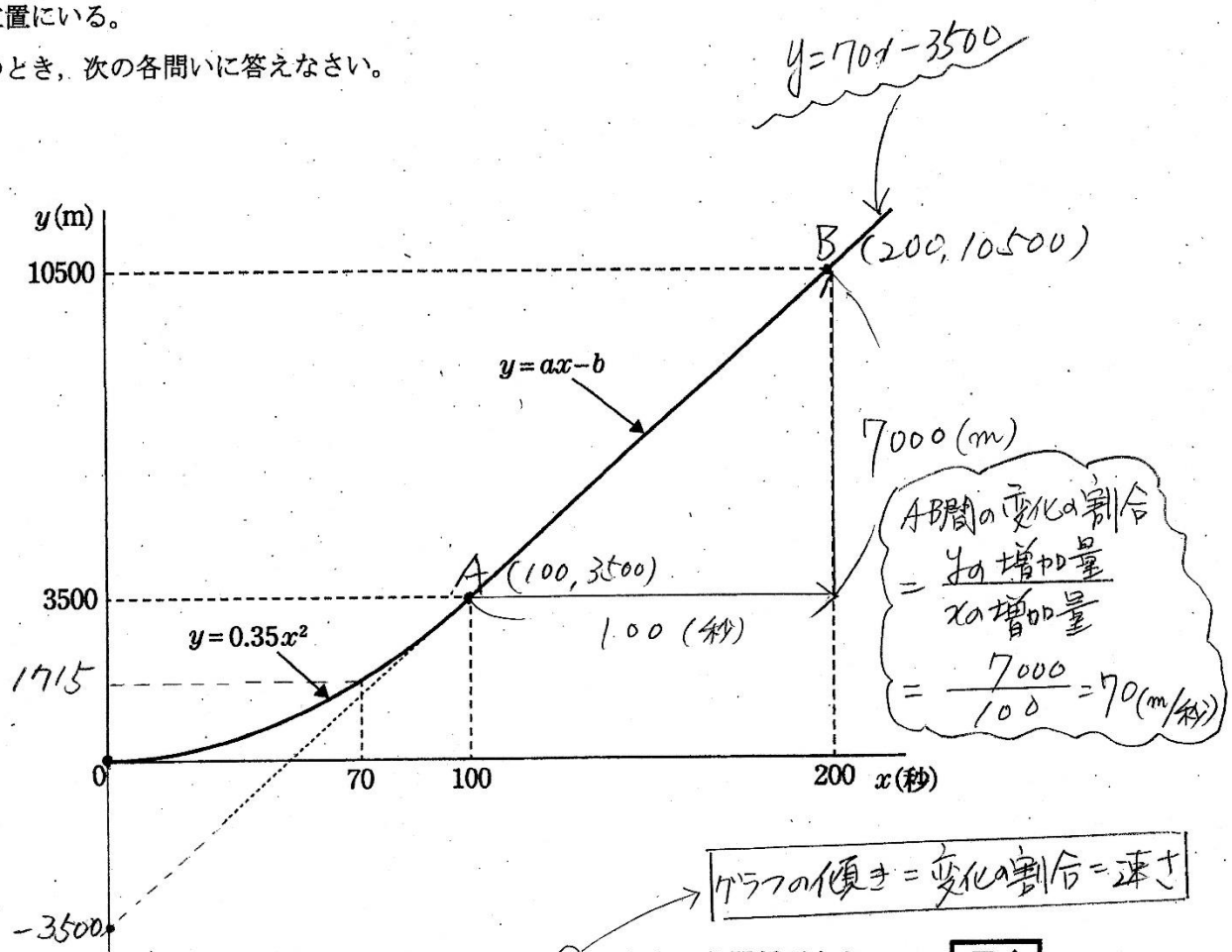
よって、$(7n-6)+(7n-5)+(7n-4)+(7n-3)+(7n-2)+(7n-1)+7n=861$

$$7n\times7-21=861$$
$$49n=882$$
$$n=18$$

$n=18$

3 ある列車が停止した状態から出発し，x 秒後には y m 進んだ位置にいる。$0 \leqq x \leqq 100$ では $y = 0.35x^2$ という関係があり，100 秒後には出発地点から 3500 m 進んだ位置にいる。また，出発してから 100 秒以上経過したあとは一定の速さで進み，200 秒後には出発地点から 10500 m 進んだ位置にいる。

このとき，次の各問いに答えなさい。



AB間の変化の割合
$= \dfrac{y\text{の増加量}}{x\text{の増加量}}$
$= \dfrac{7000}{100} = 70$(m/秒)

グラフの傾き＝変化の割合＝速さ

(1) 出発してから 100 秒以上経過したあとは，$y = ax - b$ という関係があり，$a =$ **アイ**，$b =$ **ウエオカ** である。また，出発してから 100 秒以上経過したとき，列車は時速 **キクケ** km で走る。

$y = ax - b$ において，

図より，A(100, 3500)，B(200, 10500) だから

$$a = \frac{10500 - 3500}{200 - 100} = \frac{7000}{100} = 70 \text{ (m/秒)} \Rightarrow \text{列車の速さ}$$

よって $y = 70x - b$ とおける。これが A(100, 3500) を通るので

$3500 = 70 \times 100 - b$　よって，$b = 7000 - 3500 = 3500$

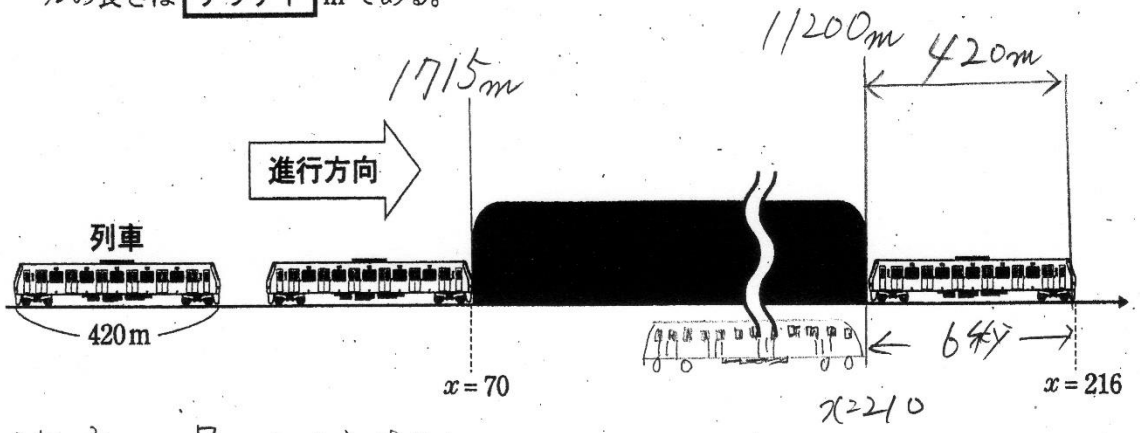
出発してから100秒以上経過したときの，列車の速さは，直線ABの傾き（変化の割合）に等しいので 70(m/秒) である。

よって，これを時速になおすと，$70 \times 3600 = 252000$ (m/時)

したがって，252 (km/時) となる。

※ 1時間は3600秒
※ 1kmは1000m

(2) $x=70$ のとき，$y=$ **コサシス** である。このとき，列車の先頭が，あるトンネルに入った。列車が完全にトンネルから出たのは出発してから 216 秒後であったという。列車の全長が 420 m のとき，先頭部分がトンネルから出るのは出発してから **セソタ** 秒後であり，トンネルの長さは **チツテト** m である。



$y=0.35x^2$ に $x=70$ を代入すると.

$y=0.35\times70^2=0.35\times4900=1715$　　$y=1715$

列車の先頭部分がトンネルから出て、完全にトンネルから出るのに列車の全長 420m を走ることになる。　その所要時間は、列車の速さが 70(m/秒) なので: 420 (m) ÷ 70 (m/秒) = 6 (秒)

したがって、先頭部分がトンネルから出るのは、出発してから

216 − 6 = 210 秒後となる。

その時の先頭部分の位置は、

$y=70x-3500$ に $x=210$ を代入すると.

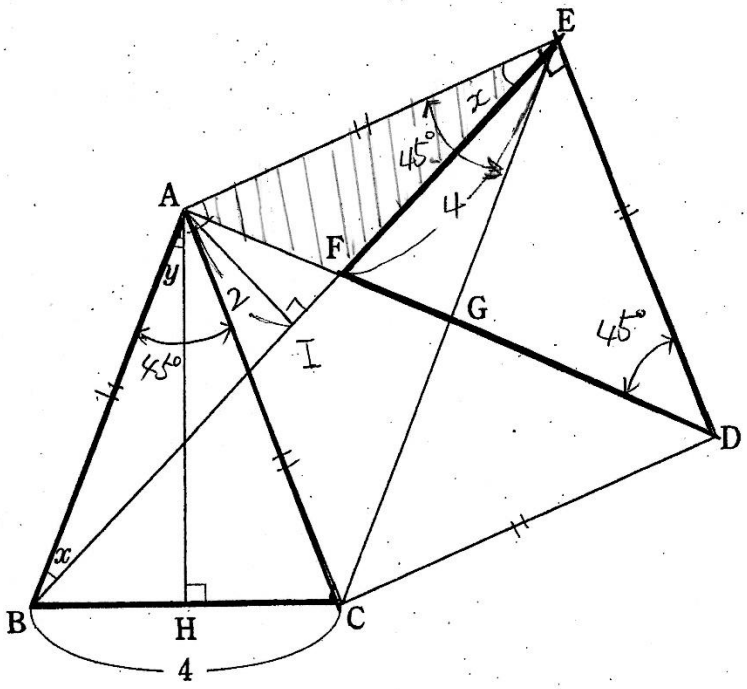
$y=70\times210-3500=11200$ (m)

また、列車の先端がトンネルに入った時の位置は、1715m だから

トンネルの長さは　11200 − 1715 = 9485 (m)

4 下の図のように，AB＝AC である二等辺三角形 ABC と正方形 ACDE がある。線分 BE と線分 AD の交点を F とし，線分 CE と線分 AD の交点を G とする。点 A から辺 BC に垂線を引き，その交点を H とする。

BC＝4，∠BAC＝45°，∠ABE＝∠x，∠BAH＝∠y のとき，次の各問いに答えなさい。



(1) △ABE において，三角形の内角の和は 180° であるから，∠x＋∠y＝ **アイ** °である。

△ABEにおいて ∠EAB＝∠BAC＋∠CAE＝45°＋90°＝135°

△ABEはAB＝AEの二等辺三角形だから

∠ABE＝∠AEB＝∠x

よって，∠ABE＋∠BEA＋∠EAB＝180°

∠x＋∠x＋135＝180

2∠x＝45

∠x＝22.5°

また△ABCはAB＝ACの二等辺三角形

で，AH⊥BCだから，∠BAH＝$\frac{1}{2}$∠BAC＝$\frac{1}{2}$×45＝22.5°＝∠y

よって∠x＋∠y＝22.5＋22.5＝45°

(2) ∠BEC＝ ウエ . オ °である。

(3) △ABC と△DEF において

AB＝DE

∠BAC＝∠EDF＝45°

∠ABC＝∠DEF＝ カキ . ク °

である。よって，2つの三角形は合同であり，EF＝ ケ である。

(4) △AEF の面積は コ である。

線分CEと線分ADは、正方形ACDEの対角線だから ∠AEC＝45°

(2) ∠BEC＝∠AEC－∠AEB＝45°－22.5°＝22.5°

(3) △ABCと△DEFにおいて

AB＝DE

∠BAC＝∠EDF＝45°,

∠ABC＝(180°－45°)÷2＝67.5°, ∠DEF＝90°－22.5°＝67.5°

よって、∠ABC＝∠DEF＝67.5°

これから△ABC≡△DEF，したがって、EF＝BC＝4

(4) AからBEに垂線を下ろし交わった点をIとすると、

△ABIと△BAHで

AB＝BA, ∠AIB＝∠BHA＝90°, ∠ABI＝∠BAH＝22.5°

よって、△ABI≡△BAH，したがってAI＝BH＝4×$\frac{1}{2}$＝2

これから、△AEF＝$\frac{1}{2}$×EF×AI＝$\frac{1}{2}$×4×2＝4

△AEFの面積は4である。