1　次の各問いに答えなさい。

(1)　$\dfrac{1}{\sqrt{3}} \div \left(-\dfrac{1}{2}\right)^2 - \sqrt{6} \times \dfrac{\sqrt{2}}{4}$ を計算すると $\dfrac{\boxed{ア}\sqrt{\boxed{イ}}}{\boxed{ウ}}$ である。

$= \dfrac{1}{\sqrt{3}} \times \dfrac{4}{1} - \dfrac{\sqrt{12}}{4} = \dfrac{4}{\sqrt{3}} - \dfrac{2\sqrt{3}}{4} = \dfrac{4\times\sqrt{3}}{\sqrt{3}\times\sqrt{3}} - \dfrac{2\sqrt{3}}{4} = \dfrac{4\sqrt{3}}{3} - \dfrac{2\sqrt{3}}{4} = \dfrac{5\sqrt{3}}{6}$

(2)　x についての２次方程式 $x^2 + ax - 6 = 0$ の解の１つが -3 であるとき，a の値は $\boxed{エ}$ であり，もう１つの解は $\boxed{オ}$ である。

$x^2+ax-6=0$ に $x=-3$ を代入すると，

$(-3)^2-3a-6=0 \rightarrow -3a=-3 \rightarrow \underline{a=1}$

よって，もとの式は $x^2+x-6=0$

$(x+3)(x-2)=0$

$x=-3, 2$　よって，$\underline{2}$

(3)　関数 $y=-\dfrac{1}{4}x^2$ について，x の値が -3 から 7 まで増加するときの変化の割合は $\boxed{カキ}$ である。

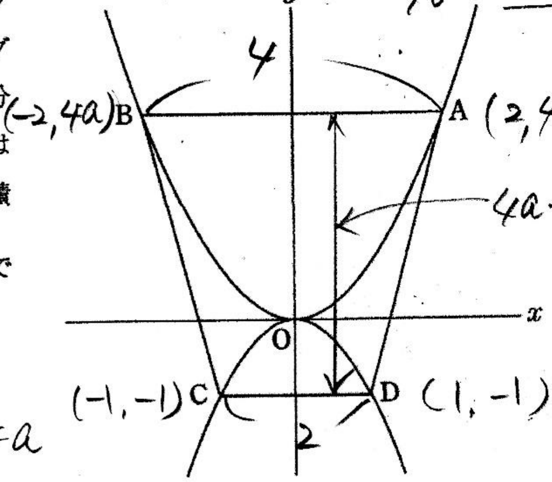
x	$(-3) \longrightarrow 7$
y	$-\frac{1}{4}\times(-3)^2 \rightarrow -\frac{1}{4}\times 7^2$

y の増加量 $= -\dfrac{1}{4}\times 7^2 - \left\{-\dfrac{1}{4}\times(-3)^2\right\} = -\dfrac{49}{4}+\dfrac{9}{4} = -10$

x の増加量 $= 7-(-3) = 10$

よって，変化の割合 $= \dfrac{-10}{10} = \underline{-1}$

(4)　右の図のように，関数 $y=ax^2$ のグラフ上に２点A，Bがあり，関数 $y=-x^2$ のグラフ上に２点C，Dがある。線分ABと線分CDは x 軸に平行である。A，Dの x 座標はそれぞれ２，１であり，台形ABCDの面積は11である。このとき，$a=\dfrac{\boxed{ク}}{\boxed{ケ}}$ である。ただし，$a>0$ である。



Aの y 座標は $y=ax^2=a\times 2^2=4a$

Dの y 座標は $y=-x^2=-1^2=-1$

よって，A$(2, 4a)$，B$(-2, 4a)$，C$(-1, -1)$，D$(1, -1)$

台形ABCDの高さは，$4a-(-1)=4a+1$

これから，$\dfrac{1}{2}\times(2+4)\times(4a+1)=11$

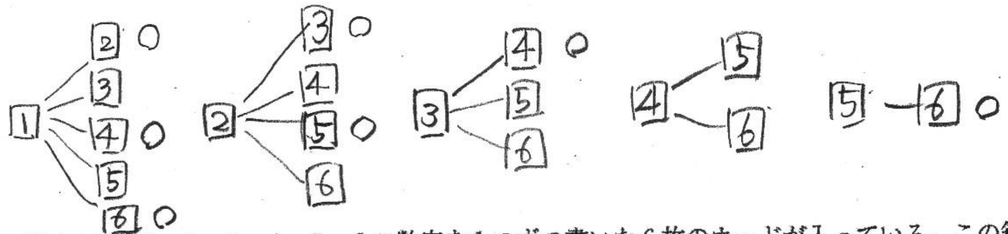
$3(4a+1)=11$

$12a+3=11$

$12a=8$

$\underline{a=\dfrac{2}{3}}$

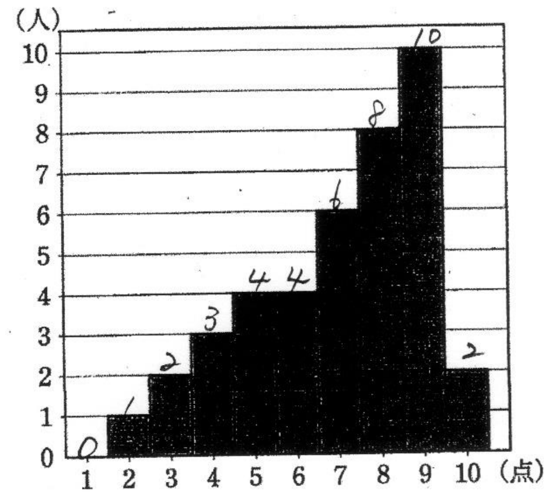
(5)



(5) 箱の中に，1，2，3，4，5，6の数字を1つずつ書いた6枚のカードが入っている。この箱の中から，カードを同時に2枚取り出すとき，この2枚のカードの数字の和が素数となる確率は $\frac{\boxed{コ}}{\boxed{サシ}}$ である。ただし，どのカードが取り出されることも同様に確からしいものとする。

起こりうる場合の数は上図のとおり全部で15とおり。
2枚のカードの数字の和が素数になるのは○印の7とおり。
よって求める確率は $\frac{7}{15}$

(6) 下の図は，ある中学3年生40人が行った10点満点の試験の点数をヒストグラムで表したものである。平均値を x，中央値（メジアン）を y，最頻値（モード）を z とするとき，x，y，z の関係を正しく表している不等式を，下のⓐからⓕまでの中から選ぶと $\boxed{ス}$ である。



7点以下の人数は、1+2+3+4+4+6=20(人)、8点以下が20+8=28(人)

ⓐ $x<y<z$	ⓑ $x<z<y$	ⓒ $y<x<z$
ⓓ $y<z<x$	ⓔ $z<x<y$	ⓕ $z<y<x$

点数	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	計
人数	0	1	2	3	4	4	6	8	10	2	40

○平均値(x) $=(1\times0+2\times1+3\times2+4\times3+5\times4+6\times4+7\times6+8\times8+9\times10+10\times2)\div40=280\div40=7$(点)

○中央値(y) → 20番目の人は7点、21番目の人は8点だから $(7+8)\div2=7.5$(点)

○最頻値(z) → 最も多い人数は10人だから、最頻値は9点

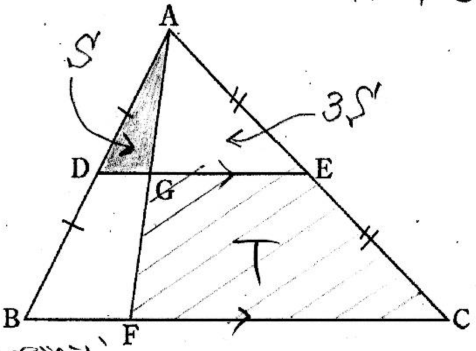
よって、$x<y<z \Rightarrow$ a

(7) D, Eは、AB, ACの中点だから、中点連結定理により、DE//BC, DE=$\frac{1}{2}$BCである。

また、DG=$\frac{1}{2}$BF, GE=$\frac{1}{2}$FCだから、DG:GE=$\frac{1}{2}$BF:$\frac{1}{2}$FC=BF:FC=1:3

よって、△ADEにおいて、△ADGの面積をSとすると、△AGE=3△ADG=3S

(7) 右の図において，△ABCの辺AB，ACの中点をそれぞれD，Eとする。線分BC上にBF：FC＝1：3となる点Fをとり，線分AFと線分DEの交点をGとする。このとき，△ADGの面積をS，四角形EGFCの面積をTとしてS：Tを最も簡単な自然数比で表すと $\boxed{セ}$ ： $\boxed{ソ}$ である。



また、△AGE∽△AFCで相似比は1:2だから

$\triangle AGE : \triangle AFC = 1^2 : 2^2 = 1 : 4$

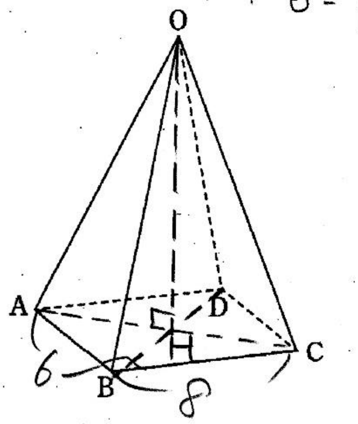
したがって、△AGE:四角形EGFC=1:3

よって四角形EGFC=3△AGE

$= 3 \times 3S = 9S$

したがって $S : T = S : 9S = \underline{1 : 9}$

(8) 右の図のように，AB＝6 cm，BC＝8 cmの長方形ABCDを底面とし，OA＝OB＝OC＝ODの四角錐がある。この四角錐の体積が192 cm³であるとき，OA＝ $\boxed{タチ}$ cmである。



右図より、四角すいO-ABCDの高さはOHで表されるので、

$$\frac{1}{3} \times (6 \times 8) \times OH = 192$$

$$16 \times OH = 192$$

$$OH = 12 \text{(cm)}$$

△ABCは∠ABC=90°の直角三角形だから、三平方の定理により

$AC = \sqrt{6^2 + 8^2} = \sqrt{100} = 10$ (cm)、よって$AH = \frac{1}{2}AC = \frac{1}{2} \times 10 = 5$ (cm)

また、△AHOは∠AHO=90°の直角三角形だから、

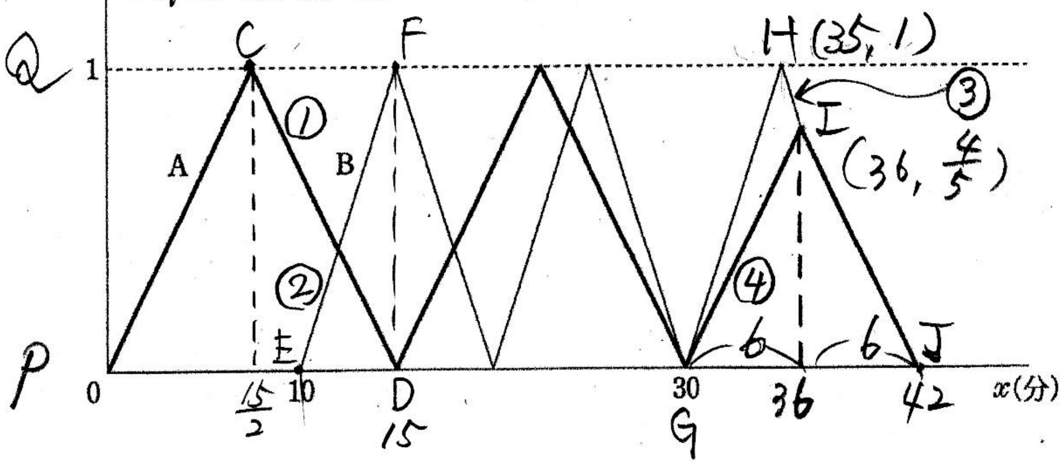
$$OA = \sqrt{AH^2 + OH^2} = \sqrt{5^2 + 12^2} = \sqrt{169} = 13 \text{(cm)}$$

<u>OA=13cm</u>

2 Aさんと B さんは，公園内にある P 地点と Q 地点を結ぶ 1 km のコースを走った。下の図は，A さんと B さんがそれぞれ 9 時 x 分に P 地点から y km 離れているとして，グラフに表したものである。

$C(\frac{15}{2},1)$, $D(15,0)$, $E(10,0)$, $F(15,1)$

$G(30,0)$, $H(35,1)$



• 9 時から 9 時 30 分まで

A さんは 9 時に P 地点を出発し，一定の速さで走った。そして P 地点と Q 地点の間を 2 往復し，9 時 30 分に P 地点に戻った。

B さんは 9 時 10 分に P 地点を出発し，A さんより速い一定の速さで走った。そして P 地点と Q 地点の間を 2 往復し，9 時 30 分に A さんと同時に P 地点に戻った。

• 9 時 30 分より後

9 時 30 分に 2 人は同時に，それぞれそれまでと同じ速さで P 地点を出発した。

B さんは Q 地点で折り返して，A さんと出会ってからは A さんと同じ速さで走って P 地点に戻った。

A さんは B さんと出会うと，そこから引き返し，それまでと同じ速さで B さんと一緒に走って同時に P 地点に戻った。そこで，2 人は走り終えた。

Aさん→CDで，$C(\frac{15}{2},1)$, $D(15,0)$ だからxの増加量$=15-\frac{15}{2}=\frac{15}{2}$

yの増加量$=0-1=-1$，よって変化の割合（速さ）$=(-1)\div\frac{15}{2}=(-1)\times\frac{2}{15}=-\frac{2}{15}$

切片をbとおくと$y=-\frac{2}{15}x+b$とおける。$D(15,0)$を通るので

$0=-\frac{2}{15}\times15+b \rightarrow b=2$，よってAさんは $\underline{y=-\frac{2}{15}x+2}$ …①

Bさん→EFで，$E(10,0)$, $F(15,1)$だから変化の割合$=\frac{1-0}{15-10}=\frac{1}{5}$

$y=\frac{1}{5}x+b$とおくと，$E(10,0)$を通るので $0=\frac{1}{5}\times10+b \rightarrow b=-2$

よって，Bさんは，$\underline{y=\frac{1}{5}x-2}$ …②

このとき，次の各問いに答えなさい。

(1) Aさんが初めてQ地点で折り返してからP地点に戻るまでの x と y の関係を式で表すと $y=-\dfrac{\boxed{ア}}{\boxed{イウ}}x+\boxed{エ}$ である。また，Bさんが9時10分にP地点を出発してからQ地点で折り返すまでの x と y の関係を式で表すと $y=\dfrac{\boxed{オ}}{\boxed{カ}}x-\boxed{キ}$ である。

(2) Aさんが9時にP地点を出発した後，初めて2人が出会うのは，P地点から $\boxed{ク}.\boxed{ケ}$ km離れている地点である。

(3) 2人が最後にP地点に戻ったのは9時 $\boxed{コサ}$ 分である。

(4) Aさんは合計で $\boxed{シ}.\boxed{ス}$ km走った。

(2) (1)で，①，②の交点のy座標の値が求める地点である。

$$-\frac{1}{15}x+2=\frac{1}{5}x-2 \rightarrow -2x+30=3x-30 \rightarrow -5x=-60 \rightarrow x=12$$

$x=12$ を $y=\frac{1}{5}x-2$ に代入すると $y=\frac{1}{5}\times 12-2=\frac{2}{5}=0.4$ 　 0.4(km)

(3) HIの傾きは $-\frac{1}{5}$ だからHIの式は $y=-\frac{1}{5}x+b$ とおける。

H(35, 1)を通るので $1=-\frac{1}{5}\times 35+b \rightarrow b=8$，よって $y=-\frac{1}{5}x+8$ …③

GIの傾きは $\frac{2}{15}$ だから GIの式は $y=\frac{2}{15}x+b$ とおける。

G(30, 0)を通るので $0=\frac{2}{15}\times 30+b \rightarrow b=-4$，よって $y=\frac{2}{15}x-4$ …④

Iは③，④の交点だから $-\frac{1}{5}x+8=\frac{2}{15}x-4 \rightarrow -3x+120=2x-60$

$\rightarrow -5x=-180 \rightarrow x=36$

よってIのx座標は36である。したがってJのx座標は $36+6=42$ 　 42(分)

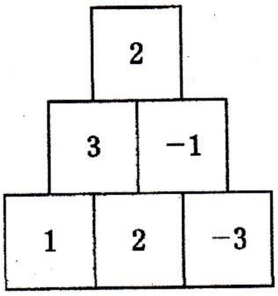
(4) GIの式は $y=\frac{2}{15}x-4$ だから，Iのx座標36を代入すると

$y=\frac{2}{15}\times 36-4=\frac{4}{5}=0.8$ これから Aさんの走った距離の合計は

$1(\mathrm{km})\times 4+0.8(\mathrm{km})\times 2=5.6$ 　 5.6(km)

3 図１のように，横にとなり合う２つの正方形の中に書かれた数の和が，その２つの正方形の真上にある正方形の中の数になるようにする。このとき，次の各問いに答えなさい。

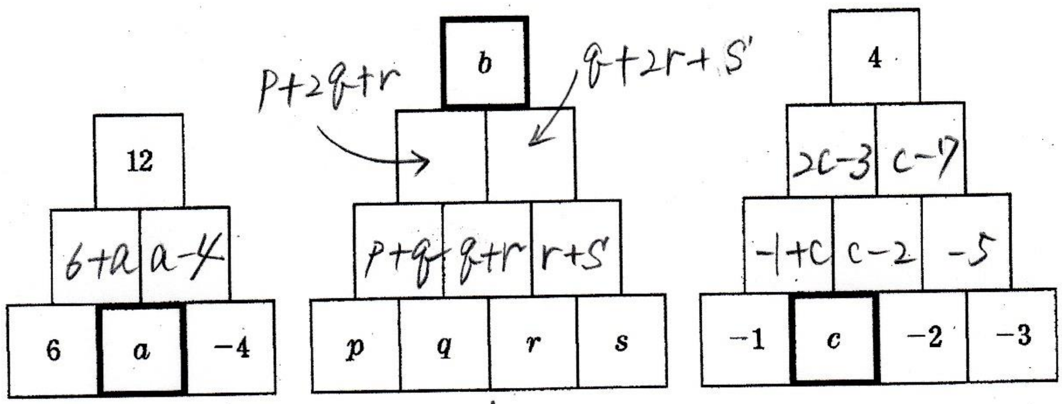
図１



(1) 図２において，$a =$ ア ，$b = p +$ イ $q +$ ウ $r + s$，$c = \dfrac{\text{エオ}}{\text{カ}}$ である。

5　3　3　$\dfrac{14}{3}$

図２



$(6+a)+(a-4)=12$
$2a+2=12$
$2a=10$
$a=5$

$b=(p+2q+r)+(q+2r+s)$
$=p+3q+3r+s$

左図から
$b=p+3q+3r+s$
よって
$4=-1+3c+3\times(-2)+(-3)$
$3c=14$
$c=\dfrac{14}{3}$

(別解)
3番目の図から
$(2c-3)+(c-7)=4$
$3c-10=4$
$3c=14$　$c=\dfrac{14}{3}$

(2) 図3において，どの正方形の中にも，絶対値が6以下の整数しか入らないこととする。このとき，どのように数を入れても，$d=$ $\boxed{\text{キ}}$ である。よって，条件を満たす e は，全部で $\boxed{\text{ク}}$ 個ある。

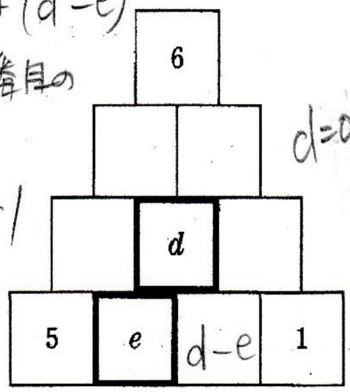
図3

一番下の段の空らんは$(d-e)$となる。(1)の図2の2番目の図から，

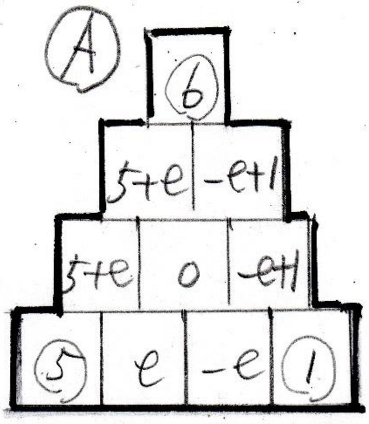
$6=5+3e+3(d-e)+1$

よって，$3d=0$

$\underline{d=0}$



$d=0$だから ⇒



どの正方形の中も絶対値が6以下だから

$-6\leqq 5+e\leqq 6 \rightarrow -11\leqq e\leqq 1$

$-6\leqq -e+1\leqq 6 \rightarrow -5\leqq e\leqq 7$

$-6\leqq -e\leqq 6 \rightarrow -6\leqq e\leqq 6$

したがって，すべてを満たすeは

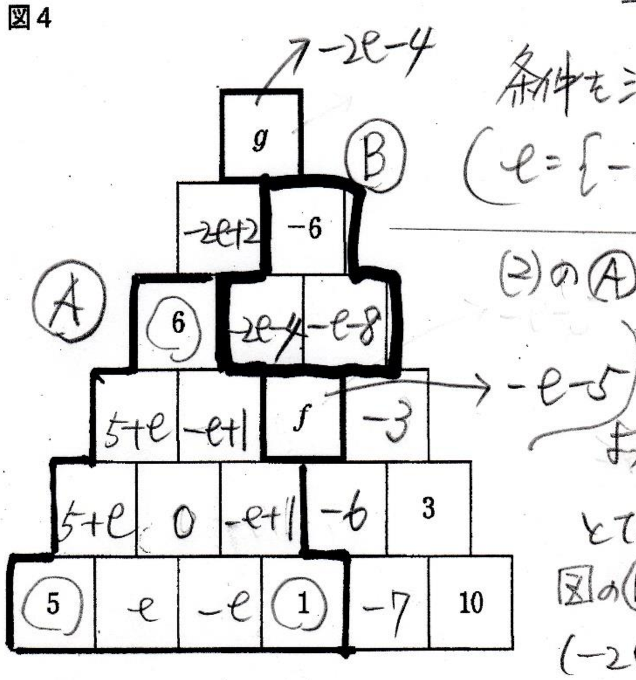
$-5\leqq e\leqq 1$ であるから，

条件を満たすeは $\underline{7個}$

$(e=\{-5,-4,-3,-2,-1,0,1\})$

(3) 図4において，$f=$ $\boxed{\text{ケコ}}$，$g=$ $\boxed{\text{サ}}$ である。

図4



(2)のⒶから，図4は左図のように表わすことができる。

よって，$f=-e-5$，$g=-2e-4$

となる。

図のⒷから

$(-2e-4)+(-e-8)=-6$

$-3e=6$

$e=-2$

これから

$f=-e-5=-(-2)-5=2-5=\underline{-3}$

$g=-2e-4=-2\times(-2)-4=\underline{0}$

(別解)

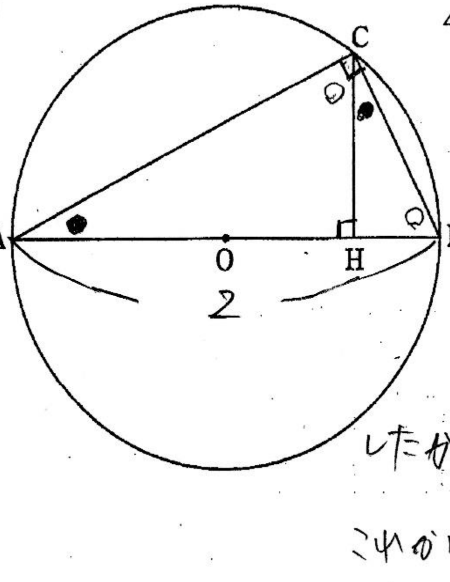
(2)のⒶを使わないでも解ける。

eをx，$-e$をyとおいて，

規則にそって□の中をうめていけば，x，yの連立方程式で解ける。

4 図１のように，長さ２の線分ABを直径とする円Oの周上に点Cをとる。点Cから線分ABに垂線を引き，その交点をHとすると，AH：CH＝２：１である。

図１



(1) ABは円Oの直径だから，∠ACB＝90°
△AHCと△CHBで
∠CAH＋∠ACH＝90°
∠BCH＋∠ACH＝90°
よって，∠CAH＝∠BCH …①
また，∠AHC＝∠CHB＝90° …②
①，②より，△AHC∽△CHB
したがって，AH：CH＝CH：BH＝2：1
これから，$BH=\frac{1}{2}CH$，$CH=\frac{1}{2}AH$
よって，$BH=\frac{1}{2}\times\left(\frac{1}{2}AH\right)=\frac{1}{4}AH$
仮定より，AH＋BH＝2だから
$AH+BH=AH+\frac{1}{4}AH=\frac{5}{4}AH=2$ $AH=\frac{8}{5}$

このとき，次の各問いに答えなさい。

(1) AH＝$\dfrac{\boxed{ア}}{\boxed{イ}}$ である。

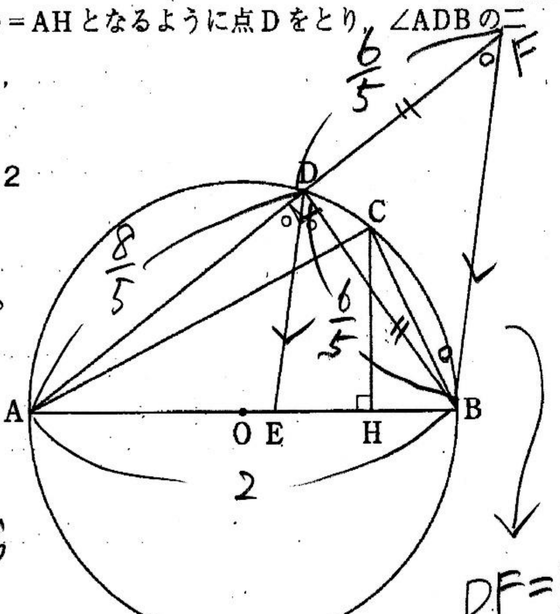
(2) 図２のように，弧ABの点Cのある側にAD＝AHとなるように点Dをとり，∠ADBの二等分線と線分ABの交点をEとする。このとき，

∠ADE＝$\boxed{ウエ}$°

AE＝$\dfrac{\boxed{オ}}{\boxed{カ}}$

である。

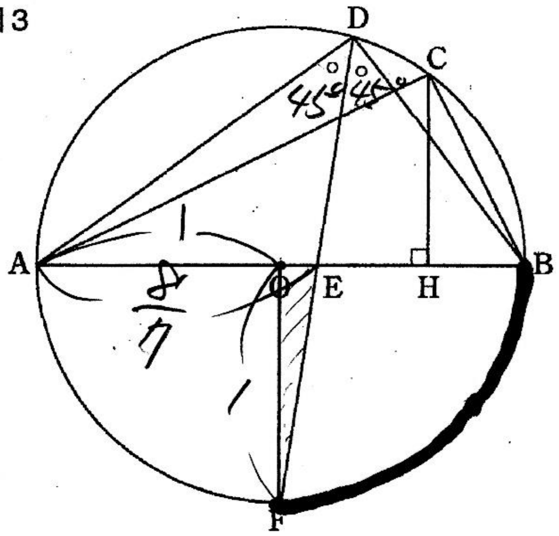
図２



ABは円Oの直径だから，∠ADB＝90°
よって，$\angle ADE=\frac{1}{2}\times\angle ADB=45°$
AD＝AHだから $AD=\frac{8}{5}$
△ABDは∠BDA＝90°の直角三角形だから
三平方の定理により，$BD=\sqrt{2^2-\left(\frac{8}{5}\right)^2}=\sqrt{4-\frac{64}{25}}=\sqrt{\frac{36}{25}}=\frac{6}{5}$
次に，ADを延長し，BからEDに平行線をひき，交わった点をFとすると
図から AD：DF＝AE：EB＝AD：DB ⇒ AD：DB＝AE：EB
DF＝DB
$AD:DB=\frac{8}{5}:\frac{6}{5}=4:3$ だから，AE：EB＝4：3，よってAE＝$\frac{4}{7}AB=\frac{4}{7}\times2$
$\frac{8}{7}$

(3) 図３のように，図２の線分 DE を E の方向に延ばした直線と円 O の交点を F とする。このとき，$EF = \dfrac{\boxed{キ}\sqrt{\boxed{ク}}}{\boxed{ケ}}$ である。

図３



O と F を結ぶ

(2) より，$\angle EDB = 45°$ だから，円周角の定理により

$$\angle FOB = 2\angle FDB = 2\angle EDB = 2 \times 45 = 90°$$

よって，△FOE は $\angle FOE = 90°$ の直角三角形となる.

(2) より，$AE = \frac{8}{7}$ だから，$OE = \frac{8}{7} - 1 = \frac{1}{7}$

三平方の定理により，

$$EF = \sqrt{1^2 + \left(\frac{1}{7}\right)^2} = \sqrt{1 + \frac{1}{49}} = \sqrt{\frac{50}{49}} = \frac{5\sqrt{2}}{7}$$

$$EF = \frac{5\sqrt{2}}{7}$$