

令和9年度専攻科入学者選抜試験「学力検査による選抜」

検査問題

数 学

受験番号	
------	--

9 : 0 0 ~ 1 0 : 0 0

【注意事項】

1. 指示があるまで問題用紙を開いてはいけません。
2. この表紙のほかに6ページあります。
3. すべてのページの受験番号欄に受験番号を記入してください。
4. 解答はその問題の所定の欄に記入してください。

数学

受験番号

総得点 ()

※の枠内には記入しないこと

1. 以下の問いに答えよ。

(1) 関数 $y = \sin^{-1} 2x + \cos^{-1} 2x$ $\left(-\frac{1}{2} < x < \frac{1}{2}\right)$ のグラフを書け。(12点)

※ 1 (1)

(2) 自然数 n に対して $I_n = \int_0^{\pi} \frac{\sin(nx)}{\sin x} dx$ と定める。この時、和積の公式を用いることによ
って $I_n - I_{n-2} = \int_0^{\pi} \frac{\sin(nx) - \sin\{(n-2)x\}}{\sin x} dx$ を計算せよ。またこれを用いて I_{2026} の値を求めよ。
(13点)

※ 1 (2)

受験番号

数学

※の枠内には記入しないこと

2. 関数 $f(x, y) = -4y^2 + 2\sqrt{2}\sqrt{x} \cdot y + 3y - 2x + 1$ に関して以下の問いに答えよ。

(1) 曲面 $z = f(x, y)$ の $x = 2, y = 1$ に対応する点における接平面の方程式を求めよ。

また、この接平面の法線ベクトルを 1 つ求めよ。(12点)

※ 2 (1)

(2) 関数 $z = f(x, y)$ の極値を全て求めよ。ただし $x > 0$ とする。(13点)

※ 2 (2)

数学

受験番号

※の枠内には記入しないこと

3. 以下の問いに答えよ。

(1) 次の微分方程式の一般解を求めよ。(5点)

$$\frac{dy}{dx} + \frac{y}{\tan x} = 0$$

※3 (1)

(2) (1)の結果と定数変化法を用いて、次の微分方程式の一般解を求めよ。(7点)

$$\frac{dy}{dx} + \frac{y}{\tan x} = \sin^2 x$$

※3 (2)

受験番号

数学

※の枠内には記入しないこと

- (3) 次の微分方程式の一般解を求めよ。(5点)

$$\frac{d^2y}{dx^2} - 2\frac{dy}{dx} + 3y = 0$$

※3 (3)

- (4) (3)の結果を利用して、次の微分方程式の一般解を求めよ。(8点)

$$\frac{d^2y}{dx^2} - 2\frac{dy}{dx} + 3y = 3\cos 2x$$

※3 (4)

受験番号

数学

※の枠内には記入しないこと

4. 2次正方行列

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 3 \\ -1 & \frac{5}{2} \end{pmatrix}$$

について、以下の問いに答えよ。

(1) A の固有値を全て求めよ。(5点)

※4 (1)

(2) (1) で求めた A の固有値に対する固有ベクトルをそれぞれ求めよ。(8点)

※4 (2)

数学

受験番号

※の枠内には記入しないこと

(3) n を自然数とすると、 A^n を求めよ。(7点)

※4 (3)

(4) 自然数 n に対して A^n で表される線形変換によって、直線 $y = x$ はどのような図形に移されるか。(5点)

※4 (4)