

令和8年度専攻科入学者選抜試験「学力検査による選抜」

検査問題

数 学

受験番号	
------	--

9 : 0 0 ~ 1 0 : 0 0

【注意事項】

1. 指示があるまで問題用紙を開いてはいけません。
2. この表紙のほかに7ページあります。
3. すべてのページの受験番号欄に受験番号を記入してください。
4. 解答はその問題の所定の欄に記入してください。

数学

受験番号

総得点 ()

※の枠内には記入しないこと

1. 関数 $y = x(\log x)^3$ の増減と凹凸を調べ、グラフの概形を描け。また、極値をもつ場合にはその値と、対応する x の値を求めよ。(15点)

※ 1

受験番号

数学

※の枠内には記入しないこと

2. 以下の問いに答えよ。

(1) 以下の級数が収束するような x の範囲と、そのときの和を求めよ。(8点)

$$\sum_{n=1}^{\infty} x(4-3x)^{n-1}$$

※ 2(1)

(2) 次の 2 重積分を広義積分の定義に従って計算せよ。

$$\iint_D \frac{x^4}{\sqrt{x^2+y^2}} dx dy$$

ただし、 D は不等式 $x \leq 0$, $x^2 + y^2 \leq 1$ で表される xy 平面上の領域である。(10点)

※ 2(2)

数学

受験番号

※の枠内には記入しないこと

3. 以下の問いに答えよ。ただし、 y', y'' は x に関する y の1次導関数と2次導関数を表す。

(1) 1階微分方程式 $y' - 2y = 0$ の一般解を求めよ。(8点)

※ 3(1)

(2) (1)の結果と定数変化法を用いて、次の1階微分方程式の一般解を求めよ。(8点)

$$y' - 2y = \frac{e^{2x}}{e^x + e^{-x}}$$

※ 3(2)

数学

受験番号

※の枠内には記入しないこと

- (3) 2階微分方程式 $y'' = -4y$ の一般解を求めよ。(8点)

※ 3(3)

- (4) (3)の結果を用いて、次の2階微分方程式の一般解を求めよ。(10点)

$$y'' = -4y + 2xe^x$$

※ 3(4)

受験番号

数学

※の枠内には記入しないこと

4. 2次式 $Q = 5x^2 + 4y^2 + 7z^2 - 2\sqrt{3}zx$ について、次の問いに答えよ。

(1) 3次正方行列 A および3次元行ベクトル ${}^T x = (x, y, z)$ を用いて

$$Q = {}^T x A x$$

と表すとき、 A を求めよ。ただし、 ${}^T x$ は列ベクトル x の転置を表す。(5点)

※ 4(1)

(2) (1) で求めた行列 A の固有値 λ を求めよ。(8点)

※ 4(2)

数学

受験番号

※の枠内には記入しないこと

(3) (2)で求めた A の固有値に対応する固有ベクトルをそれぞれ求めよ。(10点)

※ 4(3)

受験番号

数学

※の枠内には記入しないこと

(4) ある直交行列 M を選んで

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = M \begin{pmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{pmatrix}$$

とすると、2次式 Q は x', y', z' を用いて

$$Q = \alpha x'^2 + \beta y'^2 + \gamma z'^2 \quad (\text{ただし } \alpha \leq \beta \leq \gamma)$$

と表せる。このような M を1つ求めよ。(10点)

※ 4(4)