

令和5年度専攻科入学者選抜試験「学力検査による選抜」追試験

検査問題

数 学

受験番号	
------	--

15:30~16:30

【注意事項】

1. 指示があるまで問題用紙を開いてはいけません。
2. この表紙のほかに6ページあります。
3. すべてのページの受験番号欄に受験番号を記入してください。
4. 解答はその問題の所定の欄に記入してください。

数学

受験番号	
------	--

総得点 ()

※の枠内には記入しないこと

1. 以下の問いに答えよ

- (1) 関数 $y = x^3 - 4x$ の表す曲線の $x = 1$ に対応する点での接線 l とする。この時、 l の方程式を求めよ。また l および x 軸と y 軸で囲まれる図形の面積を求めよ。(8点)

※ 1 (1)

- (2) 実数 α, β ($\alpha < \beta$) に対して $y = (x - \alpha)(x - \beta)^2$ と x 軸で囲まれる図形の面積が $\frac{1}{12}(\beta - \alpha)^4$ となることを示せ。(8点)

※ 1 (2)

- (3) 半径 r の球の体積が $\frac{4}{3}\pi r^3$ で与えられることを証明せよ。(9点)

※ 1 (3)

受験番号	
------	--

数学

※の枠内には記入しないこと

2. 以下の問いに答えよ

(1) 以下の級数が収束する x の範囲を求めよ。また、その範囲での和を求めよ。(9点)

$$\sum_{n=1}^{\infty} (5 - 4x)^{n-1}$$

※ 2 (1)

(2) 累次積分 $\int_0^6 \left\{ \int_{\frac{y}{3}}^2 e^{x^2} dx \right\} dy$ の値を求めよ。(8点)

※ 2 (2)

受験番号	
------	--

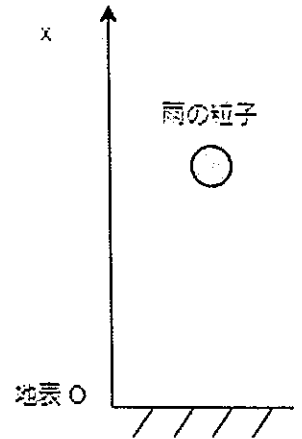
数学

※の枠内には記入しないこと

3. 次の問いに答えよ。

- (1) 図のように鉛直上向きを正に取った座標系において、雨の粒子の自由落下を考える。この時、雨の粒子が落ち始めてから t 秒後の速度を $v = v(t)$ とすれば以下の方程式が成立する事を用いて v を求め、そのグラフをかけ。ただし m, g, K は正の定数である。(8点)

$$m \frac{dv}{dt} = -mg - Kv$$



※ 3(1)

- (2) $x = x(t)$ に関する微分方程式 $\frac{dx}{dt} = \frac{t \cdot x}{1+t^2} + 3t$ の一般解を求めよ。(8点)

※ 3(2)

受験番号	
------	--

数学

※の枠内には記入しないこと

(3) $x'' + x = \sin 2t$ の一般解を求めよ。(8点)

※ 3 (3)

(4) $x = t \cdot \frac{dx}{dt} + e^{\frac{dx}{dt}}$ の一般解と特殊解を求めよ。(9点)

※ 3 (4)

受験番号

数学

※の枠内には記入しないこと

4. $A = \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ とする。以下の問いに答えよ。

(1) A の固有値および固有ベクトルを求めよ。(12点)

※ 4(1)

(2) $B = A^3 - E$ とする。行列式 $|B|$ を求めよ。(5点)

※ 4(2)

受験番号	
------	--

数学

※の枠内には記入しないこと

- (3) 行列 A で表される線形変換を f とする。曲線 $C: x^2 + y^2 = 1$ の f による像を求めよ。(8点)

※ 4(3)

問題訂正

科目名「 数学 」

4ページ 3(4)

(誤)…… 一般解と特殊解を求めよ。

(正)…… 一般解と特異解を求めよ。