

1 次の各問いに答えなさい。

(1) $\sqrt{18} \times \sqrt{12} \div \sqrt{24} - 5\sqrt{0.01}$ を計算すると $\frac{\text{ア}}{\text{イ}}$ である。

$$= \sqrt{\frac{18 \times 12}{24}} - 5 \times 0.1$$

$$= \sqrt{9} - \frac{1}{2} = 3 - \frac{1}{2} = \frac{5}{2}$$

(2) $x = -1 + \sqrt{3}$ のとき、 $x^2 + 3x + 2$ の値は $\text{ウ} + \sqrt{\text{エ}}$ である。

$$x^2 + 3x + 2 = (x+1)(x+2)$$

$$= (-1 + \sqrt{3} + 1)(-1 + \sqrt{3} + 2)$$

$$= \sqrt{3}(\sqrt{3} + 1) = 3 + \sqrt{3}$$

(3) 2次方程式 $3x^2 - 8x + 5 = 0$ を解くと $x = \text{オ}$, $\frac{\text{カ}}{\text{キ}}$ である。

解の公式を使う。

$$x = \frac{-(-8) \pm \sqrt{(-8)^2 - 4 \times 3 \times 5}}{2 \times 3}$$

$$= \frac{8 \pm \sqrt{4}}{6} = \frac{8 \pm 2}{6}$$

$$\frac{8+2}{6} = \frac{10}{6} = \frac{5}{3}$$

$$\frac{8-2}{6} = \frac{6}{6} = 1 \quad x = 1, \frac{5}{3}$$

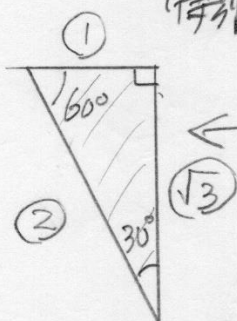
(4) 下の図のように、関数 $y = ax^2$ のグラフ上に2点 A, B があり、y 軸上に点 C がある。

線分 BC は x 軸に平行であり、点 B の x 座標は $4\sqrt{3}$ である。△ABC が正三角形である

とき、 $a = \frac{\text{ク}}{\text{ケ}}$ である。ただし、 $a > 0$ とする。

$$y = a \times (4\sqrt{3})^2 = 48a$$

特別な直角三角形



$$l = 4\sqrt{3} \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 6$$

A の y 座標が $12a$

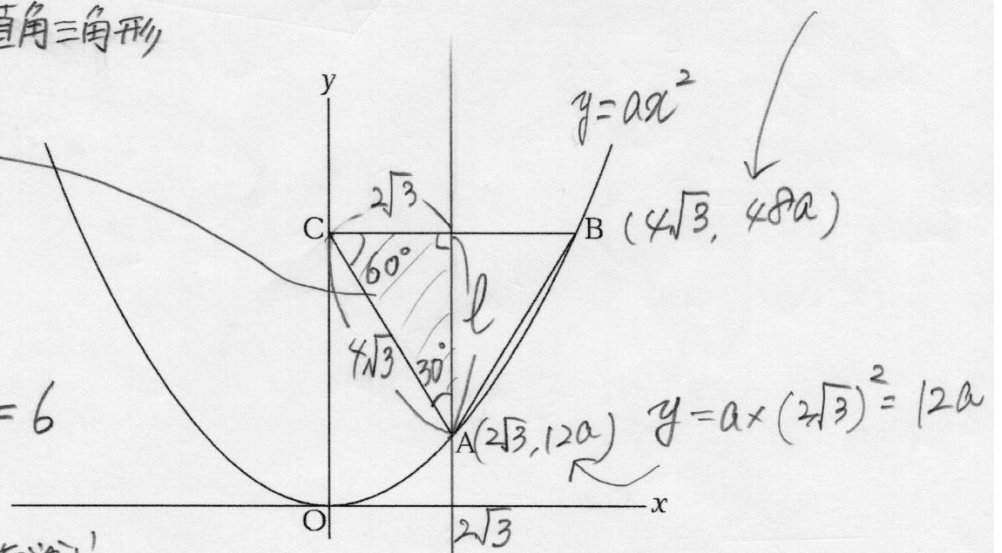
B の y 座標が $48a$ だから

$$48a - 12a = 6$$

$$36a = 6$$

$$a = \frac{1}{6}$$

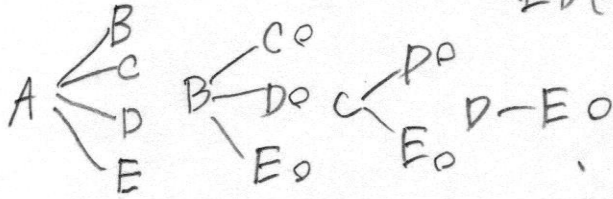
$$a = \frac{1}{6}$$



(5) 5人の生徒 A, B, C, D, E の中から、くじ引きで2人を選ぶとき、Aさんが選ばれない

確率は $\frac{\boxed{\text{コ}}}{\boxed{\text{サ}}}$ である。5人の生徒から2人を選ぶときの組み合わせは

全部で10通り。



Aさんが選ばれないのは、 $\boxed{\text{コ}}$ から6通り。

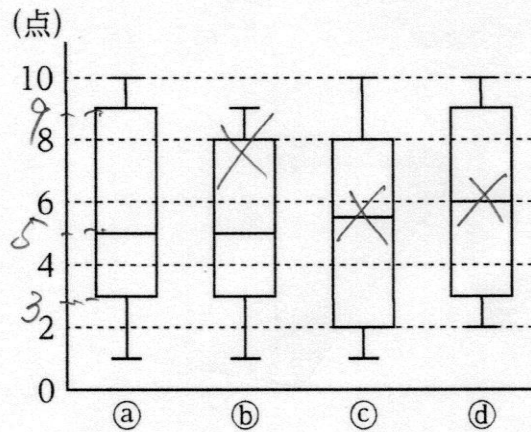
よって、求める確率は $\frac{6}{10} = \frac{3}{5}$

$\frac{3}{5}$

(6) 次のデータは、10人の生徒に10点満点のテストを行った結果である。

4, 4, 2, 7, 1, 9, 9, 10, 3, 6 (点)

このデータの中央値は $\boxed{\text{シ}}$ 点であり、箱ひげ図は $\boxed{\text{ス}}$ である。 $\boxed{\text{ス}}$ に当てはまるものを、下記の ① ~ ④ の中から選びなさい。



第1
1, 2, ③, 4, 4 | 第3
6, 7, ⑨, 9, 10

中央値 $(4+6) \div 2 = 5$
(第2)

5点

①

- (7) 下の図の平行四辺形 ABCD において、点 E は辺 AB 上に、点 F は辺 BC 上に、点 G は辺 CD 上に、それぞれ $AE = EB$, $BF : FC = 1 : 2$, $CG : GD = 3 : 2$ となるようにとる。線分 CE と線分 GF の交点を H とするとき、 $EH : HC$ を最も簡単な自然数の比で表すと **セ** : **ソ** である。

$\triangle BFI$ の $\triangle CFG$

$$BF : FC = 1 : 2$$

だから

$$BI = CG \times \frac{1}{2} = 1.5$$

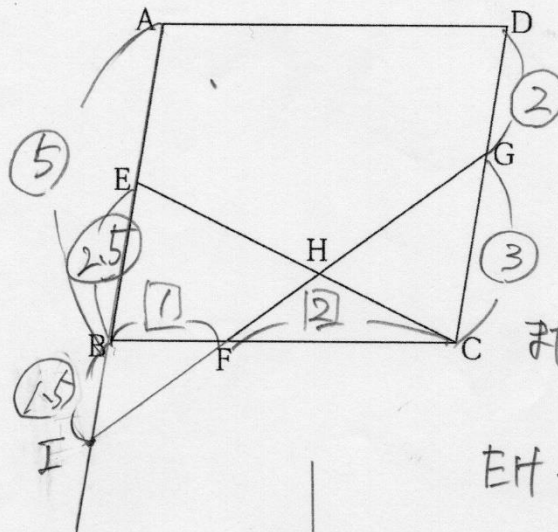
$$\text{よって } EI = 2.5 + 1.5 = 4$$

また $\triangle EHI$ の $\triangle CHG$

だから

$$EH : CH = EI : CG = 4 : 3$$

$$EH : HC = 4 : 3$$



- (8) 下の図は、ある円錐を底面と平行な平面で切断したときの円錐の頂点を含まない方の立体である。この立体の底面の半径は 9 cm、切り口の円の半径は 6 cm、高さは 4 cm であつた。

三平方の定理から

$$x = (x+4) = 6 = 9$$

$$x : (x+4) = 2 : 3$$

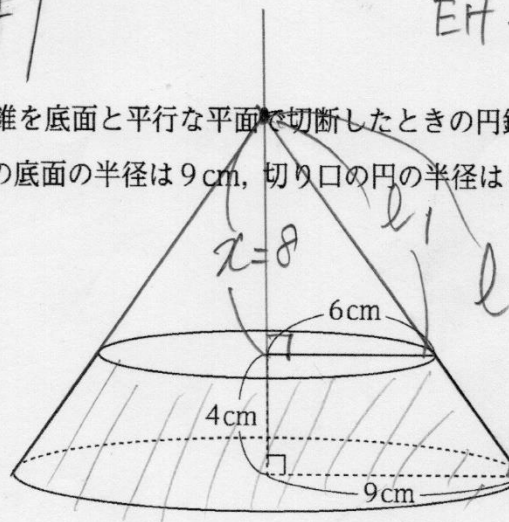
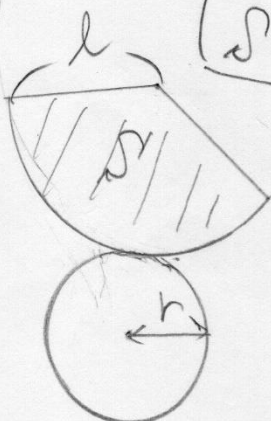
$$3x = 2(x+4)$$

$$x = 8$$

この立体の表面積は **タチツ** $\pi \text{ cm}^2$ である。

(円錐の側面積を求める公式)

$$S = \pi r l$$



三平方の定理から

$$l_1 = \sqrt{8^2 + 6^2} = \sqrt{100} = 10$$

$$l_2 = \sqrt{12^2 + 9^2} = \sqrt{225} = 15$$

$$\begin{aligned} \pi \times 9 \times 15 - \pi \times 6 \times 10 \\ = 135\pi - 60\pi \\ = 75\pi \end{aligned}$$

よって、この立体の表面積は

$$\pi \times 6^2 + 75\pi + \pi \times 9^2$$

$$= 36\pi + 75\pi + 81\pi$$

$$= 192\pi$$

$$192\pi \text{ cm}^2$$

二次関数 $y = ax^2$ について、 x の値が x_1 から x_2 まで増加するときの
変化の割合は、 $a(x_1 + x_2)$ である。

2 次の各問いに答えなさい。

- (1) 関数 $y = ax + 5$ について、 x の値が 1 から 4 まで増加するときの変化の割合は -3 であった。このとき、 $a =$ **アイ** であり、 x の値が 4 から 7 まで増加するときの変化の割合は **ウエ** である。

一次関数 $y = ax + b$ 変化の割合 a は一定 変化の割合は -3

- (2) 関数 $y = bx^2$ について、 x の値が 1 から 4 まで増加するときの変化の割合は 25 であった。このとき、 x の値が 4 から 7 まで増加するときの変化の割合は **オカ** である。

また、 x の値がある値 t から $t + 3$ まで増加するときの変化の割合は

キク $t +$ **ケコ** である。

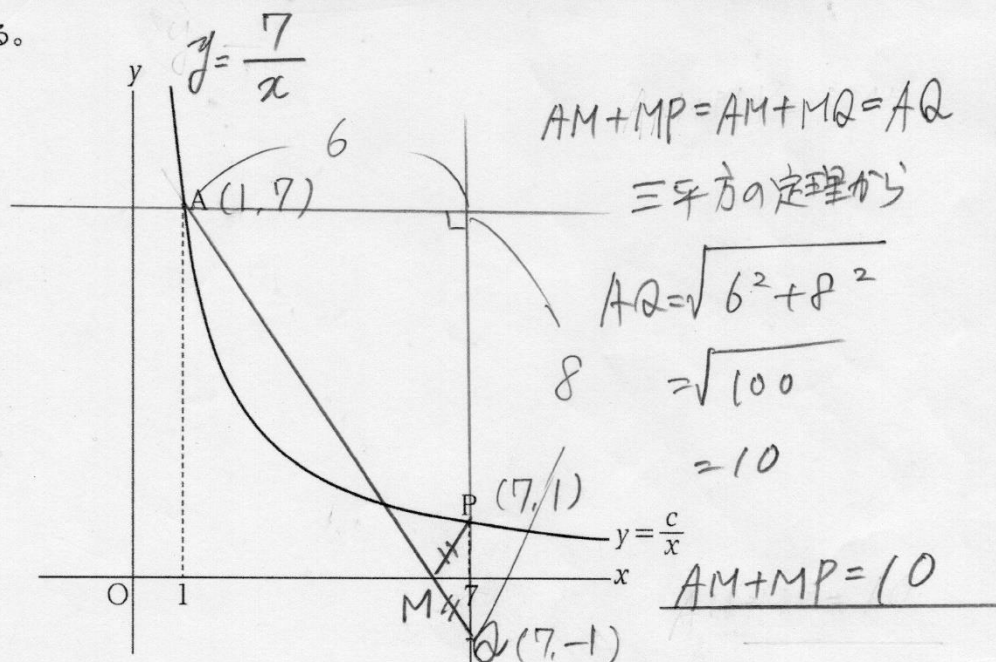
- (3) 関数 $y = \frac{c}{x}$ について、 x の値が 1 から 3 まで増加するときの変化の割合は $-\frac{7}{3}$ であった。このとき、 x の値が 1 から 7 まで増加するときの変化の割合は **サシ** である。

ここで、分子の中に分数が現れる場合には次のように式変形して計算することができる。

参考

$$\frac{\frac{2}{3} - \frac{4}{5}}{6} = \left(\frac{2}{3} - \frac{4}{5} \right) \div 6 = \left(\frac{2}{3} - \frac{4}{5} \right) \times \frac{1}{6}$$

次に、下の図のように、この関数のグラフ上に 2 点 A, P をとり、 x 座標はそれぞれ 1 と 7 とする。



さらに、 x 座標が 7、 y 座標が上で求めた **サシ** である点 Q をとる。直線 AQ と x 軸との交点を M とするとき、線分 AM と線分 MP の長さの和 $AM + MP$ は **スセ** である。

- 3 ある養殖池 X の中に、ほぼ同じ大きさの魚がたくさん入っている。このとき、次の各問に答えなさい。

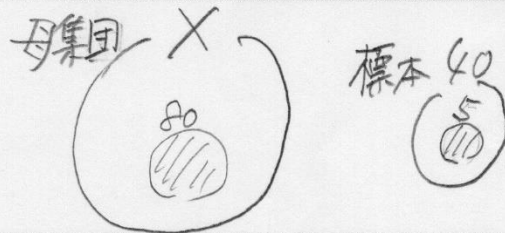
(1) 養殖池 X の中にいる魚の総数を調べるために、次の手順で標本調査を行った。

手順

- (I) 養殖池 X の中から 80 匹の魚を無作為に抽出して、そのすべてに印をつけて養殖池 X の中にもどした。
 (II) 数日後、養殖池 X の中から 40 匹の魚を無作為に抽出した。
 (III) (II) の 40 匹の中で印のついた魚を数えたところ、印のついた魚は 5 匹いた。

この標本調査において、母集団は **ア**，標本は **イ** である。**ア**，**イ** に当てはまるものを下記の ①～④の中から選びなさい。 母集団 ① 標本 ④

- ① (I) で無作為に抽出した 80 匹の魚
 ② (II) で無作為に抽出した 40 匹の魚
 ③ (III) における、印のついた 5 匹の魚
 ④ 養殖池 X の中にいるすべての魚



印をつけた魚の割合が、標本と母集団ではほぼ等しいと考えると、養殖池 X の中にいる魚の総数は、およそ **ウ** 匹であると推定される。**ウ** に当てはまるものを下記の ⑤～⑧の中から選びなさい。

- ⑤ 210 ⑥ 320 ⑦ 400 ⑧ 640

X の中にいる魚の総数を x 匹とすると、 $x = 80 \div \frac{5}{40} = 640$ 匹

(2) あるとき、AさんとBさんが養殖池 X の中の魚を数えたところ 480 匹であった。次に、養殖池 X の中のすべての魚を別の養殖池 Y に移すことにした。それぞれの養殖池の中には、ある品種の魚が含まれており、養殖池 X には 20 %，養殖池 Y には 15 % の割合でこの品種の魚が含まれていた。養殖池 X の中のすべての魚を移したことにより、養殖池 Y に含まれるこの品種の魚の割合は 18 % になった。このとき、はじめに養殖池 Y の中にいた魚は **エオカ** 匹である。Y にいた魚の総数を y 匹とすると

$$(480 + y) \times \frac{18}{100} = 480 \times \frac{20}{100} + \frac{15}{100} \times y \quad \text{よって } y = 320 \quad \underline{320 \text{ 匹}}$$

(3) (2) ですべての魚を移し終わった養殖池 Y の魚をさらに別の養殖池 Z に移すことにした。

Aさんは x 匹ずつ 10 回捕獲し、Bさんは y 匹ずつ 15 回捕獲することによって、すべての魚を移すことができた。このとき、x と y の組み合わせ (x, y) は全部で **キク** 通りある。ただし、x, y は自然数である。

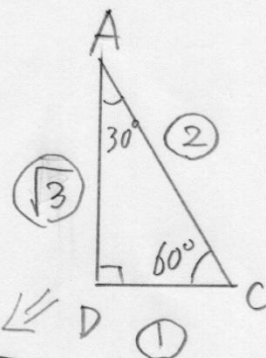
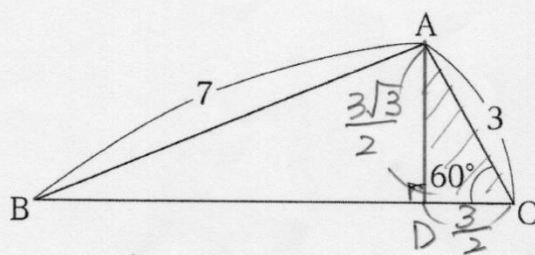
$$\begin{aligned} 10x + 15y &= 800 \\ 2x &= 160 - 3y \\ x &= 80 - \frac{3}{2}y \end{aligned}$$

$$\begin{array}{r|l} x & 77 \ 74 \ 71 \ \dots \ 2 \\ y & 2 \ 4 \ 6 \ \dots \ 52 \\ \hline & 26 \text{ 通り} \end{array}$$

- 4 図1のように、 $AB = 7$, $AC = 3$, $\angle C = 60^\circ$ の $\triangle ABC$ がある。

特別な直角三角形

図1



このとき、次の各問いに答えなさい。

$$\begin{cases} CD = 3 \times \frac{1}{2} = \frac{3}{2} \\ AD = 3 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{3\sqrt{3}}{2} \end{cases}$$

- (1) $BC =$ ア である。

$$BD = \sqrt{7^2 - \left(\frac{3\sqrt{3}}{2}\right)^2}$$

$$= \sqrt{49 - \frac{27}{4}} = \sqrt{\frac{169}{4}} = \frac{13}{2}$$

$$BC = BD + CD \text{ より}$$

$$= \frac{13}{2} + \frac{3}{2}$$

$$= \frac{16}{2} = 8 \quad \underline{BC = 8}$$

- (2) 図2のように、図1の $\triangle ABC$ のすべての頂点を通る円 O がある。

円の半径を r とすると。

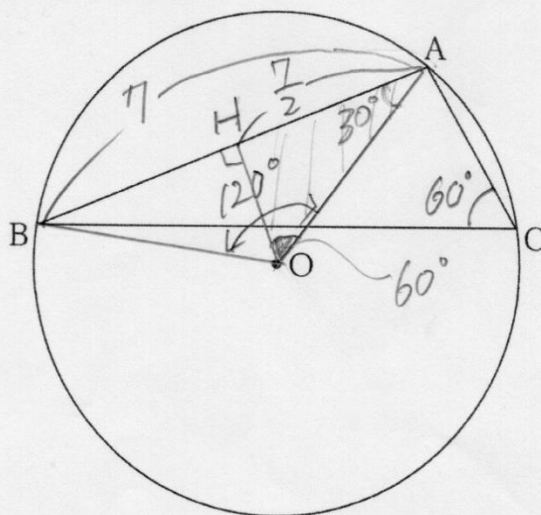
図2

$$OA = AH = 2 = \sqrt{3}$$

$$r = \frac{7}{2} = 2 = \sqrt{3}$$

$$\sqrt{3}r = 7$$

$$r = \frac{7}{\sqrt{3}} = \frac{7\sqrt{3}}{3}$$



このとき、点 C を含まない方の弧 AB の長さは $\frac{\text{イウ} \sqrt{\text{エ}}}{\text{オ}} \pi$ である。

$$\begin{aligned} \widehat{AB} &= 2\pi \times \frac{7\sqrt{3}}{3} \times \frac{120}{360} = 2\pi \times \frac{7\sqrt{3}}{3} \times \frac{1}{3} = \frac{14\sqrt{3}}{9} \pi \\ &\quad \underline{\underline{\frac{14\sqrt{3}}{9} \pi}} \end{aligned}$$

(注) 図3に、等しい角、等しい辺などを記号や数で記入している。

- (3) 図3は図2において、 $\angle BCA$ の二等分線と円 O との交点を D としたものである。また、 E, F はそれぞれ直線 AC , 直線 BC 上にあり、 $\angle AED = \angle DFC = 90^\circ$ となる点で、 G は線分 AB と線分 CD の交点である。

図3

(4)の②

次の定理を利用する。

(4)の①

$\triangle DAE \equiv \triangle DBF$ より

$AE = BF = x$ とおく

また、 $\triangle DEC \equiv \triangle DFC$ より

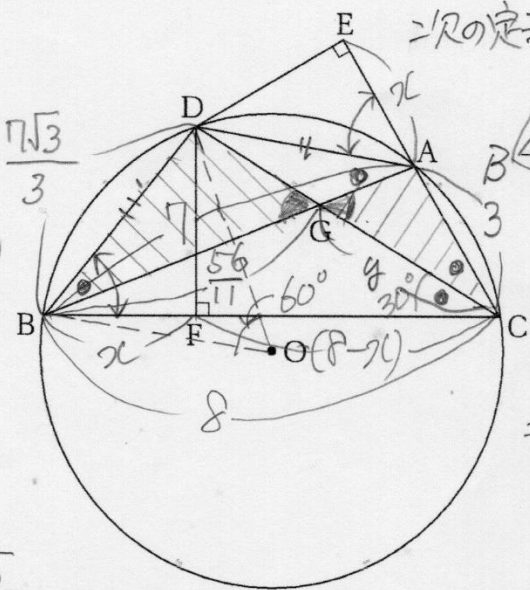
$EC = FC$

よって、 $3 + x = 8 - x$

$$2x = 5$$

$$x = \frac{5}{2}$$

$$AE = \frac{5}{2}$$



$AB = AC = BD = DC$

図3では、

$CA = CB = AG = GB$

また、 $\triangle ACG$ の $\triangle DBG$

より、

$CA : BD = CG : BG$

このとき、 $\angle DAE = \angle DBF$ であることを、次のように証明した。【力】から

【ケ】に当てはまるものを下記の (a) ~ (k) の中から選びなさい。

【証明】 $\angle DAE$ は $\triangle ADC$ の【力】だから

$$\angle DAE = \angle ADC + \text{【キ】}$$

一方

$$\angle DCA$$

$$\angle DBF = \angle ABC + \angle DBA$$

ここで、同じ弧に対する【ク】は等しいから

$$\angle ADC = \angle ABC \text{ (円周角)}$$

$$\angle DCA \text{ (【キ】)} = \angle DBA = \text{【ケ】}^\circ = 30$$

よって、 $\angle DAE = \angle DBF$ である。

力	(b)
キ	(f)
ク	(c)
ケ	(j)

【証明終わり】

- (a) 内角 (b) 外角 (c) 円周角 (d) 中心角 (e) 同位角 (f) $\angle DCA$
 (g) $\angle EDA$ (h) $\angle CAD$ (i) 15 (j) 30 (k) 45

(4) 図3において

① $AE = \frac{\text{コ}}{\text{サ}}$, ② $CG = \frac{\text{シス}}{\text{ソタ}} \sqrt{\text{セ}}$

である。

(4)の③の続き

$$CA : CB = AG : GB = 3 : 8$$

$$\therefore BG = AB \times \frac{8}{11} = 8 \times \frac{8}{11} = \frac{64}{11}$$

$\triangle DBO$ は正三角形だから、

$$BO = BD = \frac{7\sqrt{3}}{3} \text{ (半径)} \dots (2) \text{より}$$

$\triangle ACG$ の $\triangle DBG$ より、 $CG = y$ とすると

$$3 = \frac{7\sqrt{3}}{3} = y = \frac{56}{11} \quad CG = \frac{24\sqrt{3}}{11}$$

$$\frac{7\sqrt{3}}{3} y = \frac{168}{11}$$

$$y = \frac{24\sqrt{3}}{11} \times \frac{3}{7\sqrt{3}} = \frac{72}{77} = \frac{24\sqrt{3}}{11}$$