令和７年度入学者選抜学力検査追試験（数学）解答　（注）この解答は一例です

1 次の各問いに答えなさい。

(1) $\frac{1}{3} \div \left(\frac{1}{3}-\frac{5}{6}\right)^2 + \frac{5}{2} \times \left(-\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2$ を計算すると $\dfrac{\boxed{アイ}}{\boxed{ウ}}$ である。

$= \frac{1}{3} \div \left(-\frac{1}{2}\right)^2 + \frac{5}{2} \times \frac{1}{3}$

$= \frac{1}{3} \times 4 + \frac{5}{6}$

$= \frac{8}{6} + \frac{5}{6} = \frac{13}{6}$

$\frac{13}{6}$

(2) ２次方程式 $2x^2-3x-18=0$ を解くと $x=\dfrac{\boxed{エ} \pm \boxed{オ}\sqrt{\boxed{カキ}}}{\boxed{ク}}$ である。

$ax^2+bx+c=0 \Rightarrow x=\dfrac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$

$x=\dfrac{-(-3)\pm\sqrt{(-3)^2-4\times2\times(-18)}}{2\times2}=\dfrac{3\pm\sqrt{9+144}}{4}=\dfrac{3\pm\sqrt{153}}{4}=\dfrac{3\pm3\sqrt{17}}{4}$

$x=\dfrac{3\pm3\sqrt{17}}{4}$

(3) ２点 $(-1,\ 8)$，$(2,\ -1)$ を通る直線の式は $y=\boxed{ケコ}\,x+\boxed{サ}$ である。

x	$-1 \longrightarrow 2$
y	$8 \longrightarrow -1$

→ $y=ax+b$ （a:傾き，b:切片）

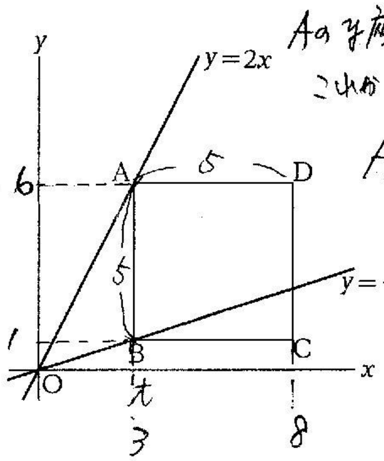
これから傾きは -3

変化の割合＝傾き $=\dfrac{-1-8}{2-(-1)}=\dfrac{-9}{3}=-3$

$y=-3x+b$ に $x=2$，$y=-1$ を代入

$-1=-3\times2+b$　よって $b=5$　$y=-3x+5$

(4) 下の図のように，直線 $y=2x$ 上の点Ａと直線 $y=\frac{1}{3}x$ 上の点Ｂを頂点にもつ正方形ABCDがある。頂点Ａ，Ｂ，Ｃ，Ｄの x 座標は正で，辺ABは y 軸に平行で長さが５である。このとき，頂点Ｄの座標は $(\boxed{シ},\ \boxed{ス})$ である。



A，Bのx座標をtとすると，

Aのy座標は$2t$，Bのy座標は$\frac{1}{3}t$となる。

これから $AB=2t-\frac{1}{3}t=\frac{5}{3}t$

$AB=5$より $\frac{5}{3}t=5$

よって $t=3$

したがって $A(3,6)$，$B(3,1)$ となる。

これから頂点Dの座標は

$D(8,\ 6)$

(5) 2個のさいころを同時に投げるとき，出る目の数の差が4以上になる確率は $\dfrac{\boxed{セ}}{\boxed{ソ}}$ である。ただし，2個のさいころはそれぞれ1から6までの目があり，どの目が出ることも同様に確からしいものとする。

目の出方は、全部で $6\times6=36$ とおり
数の差が4以上になる場合は、(1,5),(1,6),(2,6),(5,1),(6,1),(6,2) の6とおりである。
よって求める確率は、$\dfrac{6}{36}=\dfrac{1}{6}$　　$\dfrac{1}{6}$

(6) 20人のクラスAおよび25人のクラスBで同じ学力試験をしたところ，80点以上だった生徒の人数の相対度数は，クラスAにおいて0.75，クラスBにおいては0.48であった。両クラスを合わせた全体において80点以上だった生徒の人数の相対度数は0.$\boxed{タチ}$ である。ただし，答えが小数第1位までで表せる小数となる場合には，小数第2位の数字を0として答えること。

両クラスを合わせた全体の人数は、$20+25=45$人
Aクラスにおいて80点以上だった生徒数は、$20\times0.75=15$人
Bクラスにおいて80点以上だった生徒数は $25\times0.48=12$人
よって、両クラスで80点以上だった生徒数は $(15+12)=27$人
これから $\dfrac{27}{45}=0.6$
0.60

(7) 表面積が $12\pi\,\mathrm{cm}^2$ の球がある。この球の体積は $\boxed{ツ}\sqrt{\boxed{テ}}\,\pi\,\mathrm{cm}^3$ である。

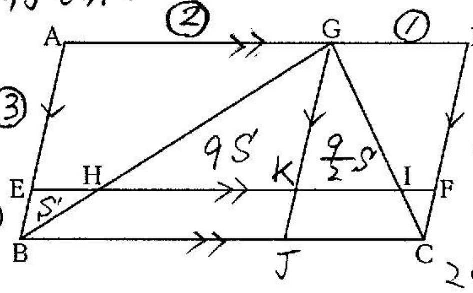
この球の半径を r cmとすると、$4\pi r^2=12\pi$
$r^2=3$
$r>0$ より $r=\sqrt{3}$

体積 $=\dfrac{4}{3}\pi\times(\sqrt{3})^3$
$=\dfrac{4}{3}\pi\times3\sqrt{3}$
$=4\sqrt{3}\pi$ (cm³)

球の表面積 $=4\pi r^2$
球の体積 $=\dfrac{4}{3}\pi r^3$

(8) 下の図のように，平行四辺形ABCDがあり，E, F, Gはそれぞれ辺AB, DC, AD上の点で，AE：EB＝3：1，AG：GD＝2：1，EF//ADである。EFとBGの交点をH，EFとGCの交点をIとするとき，△GHIの面積は△EBHの面積の $\dfrac{\boxed{トナ}}{\boxed{ニ}}$ 倍である。

GからABに平行な線GJを引く



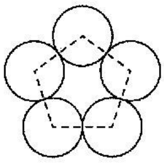
△EBH∽△KGH
相似比は1：3だから
△EBH：△KGH＝1^2：3^2
＝1：9
△EBH＝Sとおくと、
△KGH＝9Sとなる。
次に、AG：GD＝2：1より
BJ：JC＝2：1

△GBCでHI//BCだから
BJ：JC＝HK：KI＝2：1
よって△GKI＝$\dfrac{9}{2}S$
これから
△GHI＝△KGH＋△GKI
$=9S+\dfrac{9}{2}S=\dfrac{27}{2}S$

$\dfrac{27}{2}$倍

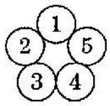
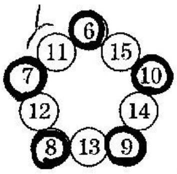
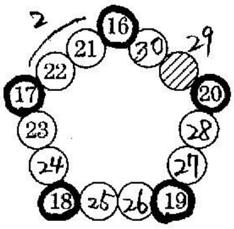
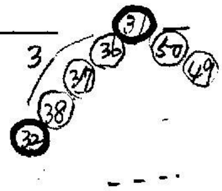
2 同じ大きさの円があり，それらの中心が正五角形をつくるように接している。このうち，最も小さい図形は，**図1**のような，1辺に2個の円を含むときである。

図1



いま，この正五角形の1辺に含む円の個数を2個，3個，4個，・・・と，1個ずつ増やした図形を順につくる。そして，これらの円に，**図2**のような規則で1から順に自然数を書き入れる。なお，この図では，24から先の記入は省いている。

図2

図形				
1辺に含む円の個数	2個	3個	4個	5個 ・・・・ n個

(ポイント) 正五角形の頂点にはさまれる個数は $(n-2)$個

このとき，次の各問いに答えなさい。 よって，1辺に含まれる円の個数が n個の場合の円の個数は $5(n-2)+5$ となる。

(1) 図2の◎に入る数は $\boxed{アイ}$ である。

図2より ◎に入る数は 29 である。

規則性を表で表すと

1辺に含む円の個数	2	3	4	5	・・・・・	n
円の個数	5	10	15	20	・・・・	$5(n-2)+5$

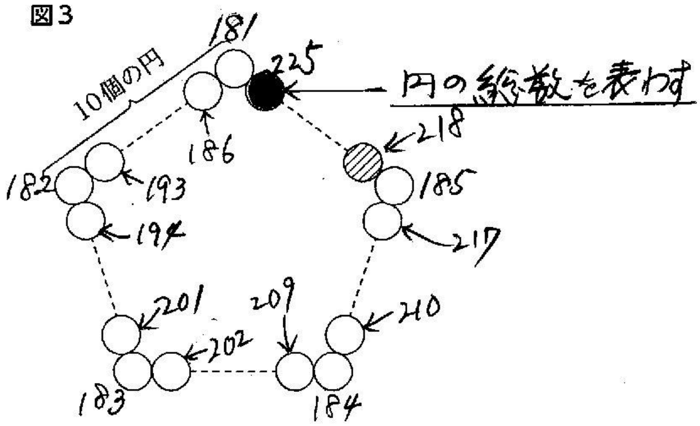
(2) 1辺に含む円の個数が2個から5個までの4つの図形をつくったとき，これらに使われている円の総数は $\boxed{ウエ}$ 個である。

(1)の表より $5+10+15+20=50$

50個

(3) **図3**は1辺に10個の円を含むときの図形の略図である。このとき，**図3**の◍に入る数は $\boxed{オカキ}$ である。

図3



1辺に含む円の個数	2	3	4	5	6	7	8	9	10
円の個数	5	10	15	20	25	30	35	40	45
円の総数(●の位置)	5	15	30	50	75	105	140	180	225

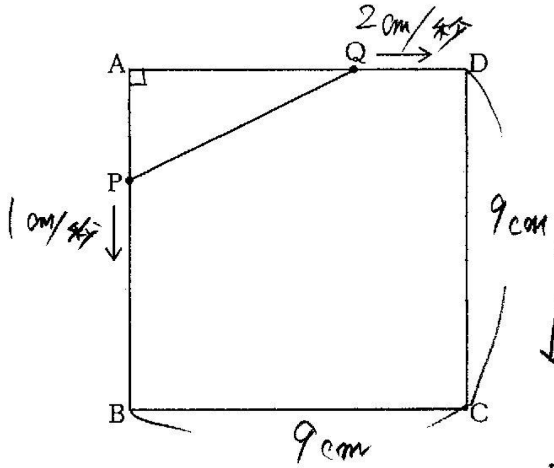
1辺に含む円の個数が2個から10個までの9つの図形をつくったとき、これらに使われている円の総数は上の表より225である。→ この225は、図3の●の位置になる。

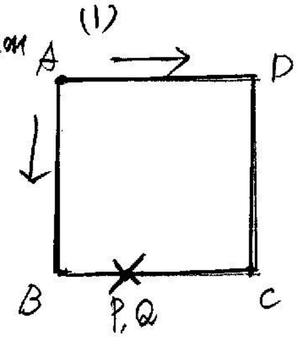
よって、◍に入る数は $225-7=218$ となる。

218

3 下の図のように，1辺が9cmの正方形ABCDと，その周上を動く点P，Qがある。

P，Qは同時に頂点Aから出発し，Pは反時計回りに毎秒1cm，Qは時計回りに毎秒2cmでそれぞれ進み，PとQが出会ったところでどちらも止まる。P，QがAを出発してからx秒後の△APQの面積を$y$cm^{2}とするとき，次の各問いに答えなさい。



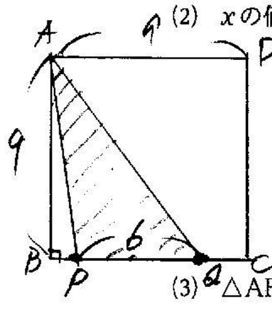


(1) PとQが出会って止まるとき，xの値は $\boxed{アイ}$ である。

→ PとQが進んだ距離の合計が正方形ABCDの周囲の長さになればよい。出発してx秒後のP, Qの進んだ距離は，それぞれx, $2x$で表されるので，$x+2x=9\times4$となる。

これから，$3x=36$　よって，$x=12$

(2) xの値が10のとき，yの値は $\boxed{ウエ}$ である。



$x=10$のとき，Pの移動距離は $1\times10=10$cm

Q 〃 $2\times10=20$cm

よって，BP$=1$cm，QC$=2$cmとなるので PQ$=6$cm

$y=\frac{1}{2}\times6\times9=27$　　$y=27$

(3) △APQの面積が最も大きくなるとき，yの値は $\dfrac{\boxed{オカ}}{\boxed{キ}}$ である。

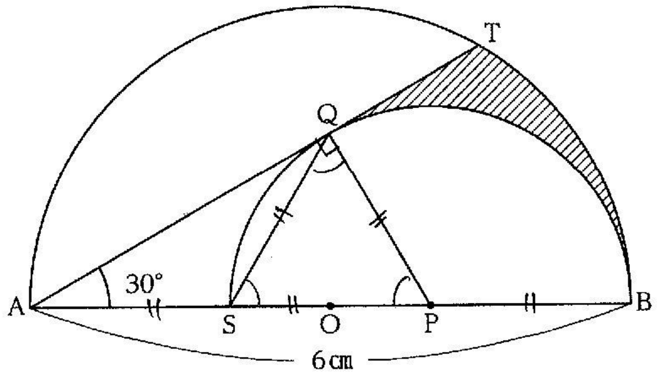
① $0\leqq x\leqq\frac{9}{2}$のとき yの最大値は $y=\frac{1}{2}\times\frac{9}{2}\times9=\frac{81}{4}$

② $\frac{9}{2}\leqq x\leqq9$のとき yの最大値は $y=\frac{1}{2}\times9\times9=\frac{81}{2}$

③ $9\leqq x\leqq12$のとき yの最大値は $y=\frac{1}{2}\times9\times9=\frac{81}{2}$

①〜③より $y=\frac{81}{2}$

4 下の図のように，長さ 6 cm の線分 AB を直径とする中心 O の半円周上に，∠TAB = 30° となるように点 T をとる。さらに線分 AB 上に点 S を，線分 SB を直径とする中心 P の半円が弦 AT に接するようにとる。また，円 P と AT の接点を Q とする。このとき，次の各問いに答えなさい。



(1) △PQS が正三角形であることを次のように証明した。$\boxed{\text{ア}}$ ～ $\boxed{\text{エ}}$ に当てはまるものを，下記のⓐ～ⓙの中から選びなさい。

【証明】 △AQP において，

直線 AQ は中心 P の半円の接線であり，f $\boxed{\text{ア}}$ から，∠AQP = d $\boxed{\text{イ}}$ 90°

∠QAP = ∠TAB = 30° であるから，

∠SPQ = c $\boxed{\text{ウ}}$ 60° ・・・①

△PQS において，

PQ = PS であるから，

i $\boxed{\text{エ}}$ ・・・②

∠PQS = ∠PSQ

①，②より，

∠SPQ = i $\boxed{\text{エ}}$ = c $\boxed{\text{ウ}}$

∠PQS = ∠PSQ 60°

よって，△PQS は正三角形である。 【証明終わり】

ⓐ 30°	ⓑ 45°	ⓒ 60°	ⓓ 90°

ⓔ 半円の弧に対する円周角である

ⓕ 円の接線は，その接点を通る半径に垂直である

ⓖ 二等辺三角形の２つの底角は等しい

ⓗ ∠ASQ = ∠BPQ　　ⓘ ∠PQS = ∠PSQ　　ⓙ ∠SAQ = ∠SQA

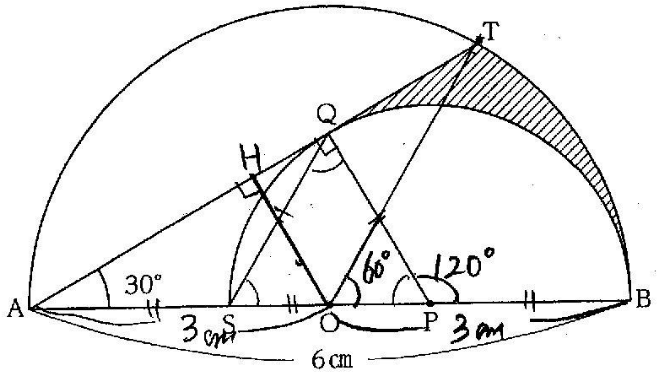
(2) 線分 PQ の長さは $\boxed{オ}$ cm である。

(1)より、$AS=SP=PB$ となり、$AB=6$ cm だから

$AS=SP=PB=SQ=PQ=2$ cm となる　$PQ=2$ cm

(3) 線分 TQ，弧 QB および弧 BT で囲まれた図形（図の斜線部）の面積は

$\dfrac{\sqrt{\boxed{カ}}}{\boxed{キ}}+\dfrac{\pi}{\boxed{ク}}$ cm² である。



左図において O と T を結ぶ

また、O から AT に垂線 OH を下ろす。

三平方の定理により、$AH=3\times\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{3\sqrt{3}}{2}$

$AT=2AH=2\times\frac{3\sqrt{3}}{2}=3\sqrt{3}$，$OH=3\times\frac{1}{2}=\frac{3}{2}$

よって、$\triangle AOT=\frac{1}{2}\times3\sqrt{3}\times\frac{3}{2}=\frac{9\sqrt{3}}{4}$

おうぎ形 $OBT=\pi\times3^2\times\frac{60}{360}=\frac{9}{6}\pi=\frac{3}{2}\pi$

これから図形 $TAB=\frac{9\sqrt{3}}{4}+\frac{3}{2}\pi$

また、$\triangle APQ$ は、$AP=4$ だから $AQ=4\times\frac{\sqrt{3}}{2}=2\sqrt{3}$，$PQ=4\times\frac{1}{2}=2$

よって、$\triangle APQ=\frac{1}{2}\times2\sqrt{3}\times2=2\sqrt{3}$

おうぎ形 $PBQ=\pi\times2^2\times\frac{120}{360}=\frac{4}{3}\pi$

よって求める面積 $=\left(\frac{9\sqrt{3}}{4}+\frac{3}{2}\pi\right)-\left(2\sqrt{3}+\frac{4}{3}\pi\right)$

$=\frac{\sqrt{3}}{4}+\frac{\pi}{6}$　$\frac{\sqrt{3}}{4}+\frac{\pi}{6}$