

1 次の各問いに答えなさい。

(1) $\frac{11}{16} - \left(-\frac{3}{8}\right)^2 \div \frac{1}{4}$ を計算すると $\frac{\text{ア}}{\text{イ}}$ である。

$$= \frac{11}{16} - \frac{9}{64} \times 4 = \frac{11}{16} - \frac{9}{16} = \frac{2}{16} = \frac{1}{8}$$

$$\frac{1}{8}$$

(2) x, y についての2つの連立方程式 $\begin{cases} ax + y = 4 \\ x + 2y = 6 \end{cases}$ と $\begin{cases} 2x - y = 2 \\ x + by = 8 \end{cases}$ の解が同じであるとき、 $a = \text{ウ}$ 、 $b = \text{エ}$ である。

$$\begin{cases} x + 2y = 6 \cdots \text{①} \\ 2x - y = 2 \cdots \text{②} \end{cases}$$

$$\begin{array}{r} \text{①} \times 2 - \text{②} \\ 2x + 4y = 12 \\ -) 2x - y = 2 \\ \hline 5y = 10 \\ y = 2 \end{array}$$

$$y = 2 \text{ を ① に代入}$$

$$x + 2 \times 2 = 6$$

$$x = 2$$

$$(x, y) = (2, 2)$$

$x = 2, y = 2$ を ③, ④ に代入

$$2a + 2 = 4 \cdots \text{⑤}$$

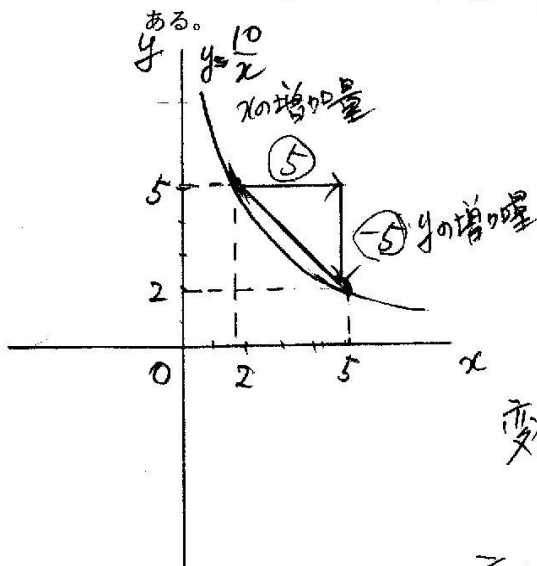
$$2 + 2b = 8 \cdots \text{⑥}$$

$$\text{⑤より } a = 1$$

$$\text{⑥より } b = 3$$

$$a = 1, b = 3$$

(3) 関数 $y = \frac{10}{x}$ について、 x の値が2から5まで増加するときの変化の割合は オカ である。

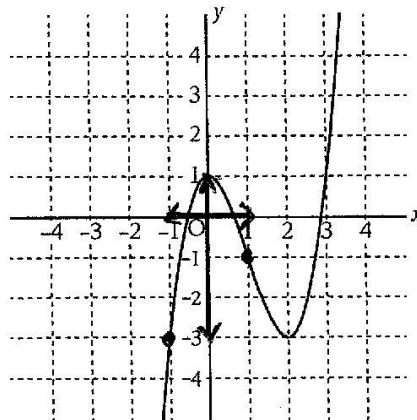


$y = \frac{10}{x}$ において、 $x = 2$ のとき $y = 5$
 $x = 5$ のとき $y = 2$

$$\text{変化の割合} = \frac{y \text{ の増加量}}{x \text{ の増加量}} = \frac{2 - 5}{5 - 2} = -1$$

変化の割合は -1

(4) ある関数のグラフを描いたところ、下の図のようになった。



$-1 \leq x \leq 1$ のとき。
 y の最小値は $x = -1$ のときで
 $y = -3$
 y の最大値は $x = 0$ のときで
 $y = 1$
 したがって、 y の変域は
 $-3 \leq y \leq 1$

x の変域を $-1 \leq x \leq 1$ とするとき、この図から y の変域は **キ** と読み取ることができる。**キ** に当てまるものを、下記の①～④の中から選びなさい。

- ① $-3 \leq y \leq -1$ ② $-3 \leq y \leq 1$ ③ $-1 \leq y \leq 1$ ④ $-1 \leq y \leq 3$

(5) 目の出方は全部で $\sqrt{ab}$ が整数となる場合は このとき (a, b) は $(1, 1), (1, 4), (2, 2), (3, 3), (4, 1), (4, 4), (5, 5), (6, 6)$ の 8 とおり。
 $6 \times 6 = 36$ とおり。 $ab = 1, 4, 9, 16, 25, 36$ のとき、
 (5) さいころを 2 回投げて、1 回目に出る目を a 、2 回目に出る目を b とする。このとき、

$\sqrt{ab}$ が整数となる確率は $\frac{\text{フ}}{\text{ケ}}$ であり、 $\frac{a+b}{2} = \sqrt{ab}$ となる確率は $\frac{\text{コ}}{\text{サ}}$ である。

ただし、さいころには 1 から 6 までの目があり、どの目が出ることも同様に確からしいものとする。

よって、 $\sqrt{ab}$ が整数となる 2 の
 確率は $\frac{8}{36} = \frac{2}{9}$ の 8 とおり。
 この 8 とおりの中で、 $\frac{a+b}{2} = \sqrt{ab}$ となる a, b は $(1, 1), (2, 2), (3, 3), (4, 4), (5, 5), (6, 6)$ の 6 とおり。よって求める確率は $\frac{6}{36} = \frac{1}{6}$

(6) ある競技における出場者の得点は下の表のようになった。

出場者	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
得点 (点)	3	7	5	7	3	3	7	10	3	3

並べかえると $\rightarrow 3, 3, 3, 3, 3, 5, 7, 7, 7, 10$
 得点のデータの最頻値は **シ** (点) である。また、平均値と中央値の関係について述べた文章として正しいものは **ス** である。**ス** に当てはまるものを、下記の①～③の中から選びなさい。

① 平均値の方が中央値よりも大きい ② 中央値の方が平均値よりも大きい ③ 平均値と中央値は一致する

③の中から選びなさい。最頻値は 3 点、中央値は $(3+5) \div 2 = 4$ 点

- ① 平均値の方が中央値よりも大きい ② 中央値の方が平均値よりも大きい
 ③ 平均値と中央値は一致する

平均値は $(3 \times 5 + 5 + 7 \times 3 + 10) \div 10 = 51 \div 10 = 5.1$ 点
 よって、平均値の方が中央値よりも大きい

(7) 下の図で、 $AP:PR=1:1$, $BQ:QP=2:1$, $CR:RQ=3:1$ である。このとき、

$\triangle ABC$ の面積は、 $\triangle PQR$ の面積の **セソ** 倍である。

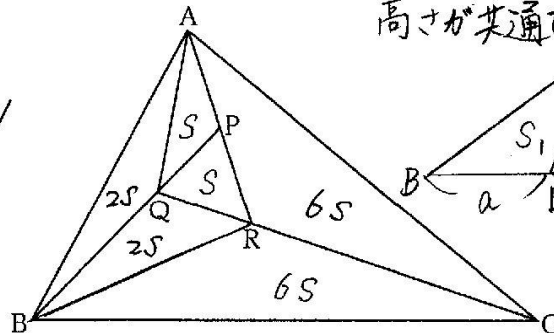
考え方

補助線 AQ, BR を引く

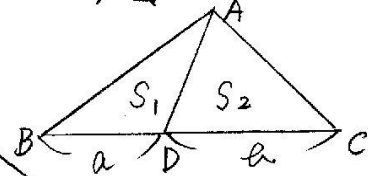
① $AP:PR=1:1$ より
 $\triangle AQP:\triangle PQR=1:1$

② $BQ:QP=2:1$ より
 $\triangle ABQ:\triangle AQP=2:1$
 $\triangle BQR:\triangle PQR=2:1$

③ $CR:RQ=3:1$ より
 $\triangle CBR:\triangle BQR=3:1$
 $\triangle ACR:\triangle AQR=3:1$



高さが共通な2つの三角形の面積比



$S_1:S_2=a:b$

①②③より $\triangle AQP$ の面積を S とすると、

図のように標記できる。

よって $\triangle ABC:\triangle PQR=18S:S=18:1$

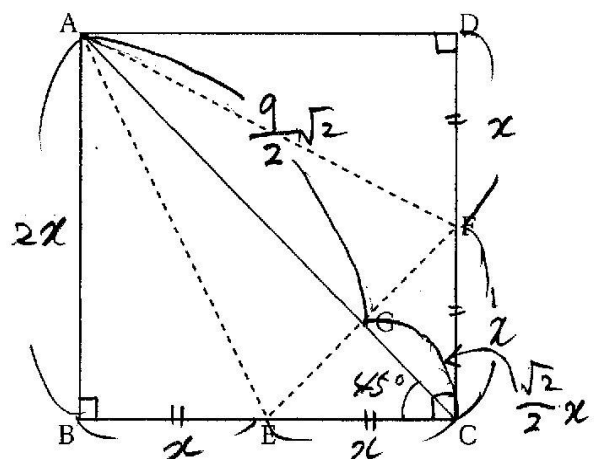
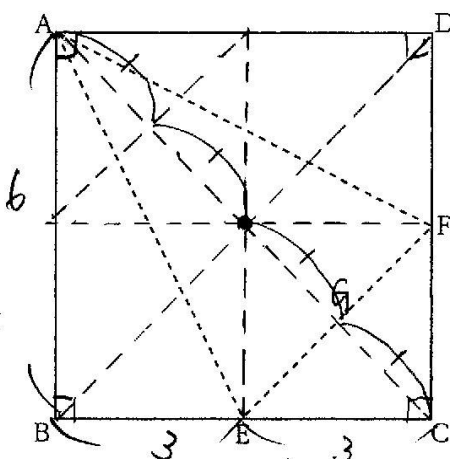
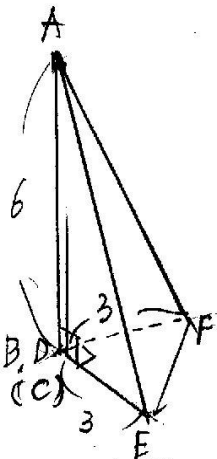
18倍

(8) 図1の正方形 ABCD は、ある三角錐の展開図である。図2のように、正方形 ABCD の対角線 AC と線分 EF の交点を G とする。線分 AG の長さが $\frac{9}{2}\sqrt{2}$ cm であるとき、もとの三角錐の体積は **タ** cm^3 である。

図3

図1

図2



この展開図を組み立てると、図3のようになる。

$BC=3$ とすると、 $GC=\frac{3}{\sqrt{2}}=\frac{3\sqrt{2}}{2}$

$BC=AB=2x$ より、 $AC=\sqrt{2} \times 2x=2\sqrt{2}x$

よって、 $2\sqrt{2}x=\frac{3\sqrt{2}}{2}+\frac{3\sqrt{2}}{2}$

$\frac{3\sqrt{2}}{2}x=\frac{3\sqrt{2}}{2}$

$x=\frac{3\sqrt{2}}{2} \times \frac{2}{3\sqrt{2}}=3$

求める三角錐の体積は

底面積が $\frac{1}{2} \times 3 \times 3$

高さ 6 であるから

$\frac{1}{3} \times (\frac{1}{2} \times 3 \times 3) \times 6$

$=9$

$=9 \text{ cm}^3$

(別解)

図1より

$GC=\frac{1}{3}AG$

$=\frac{1}{3} \times \frac{9\sqrt{2}}{2}$

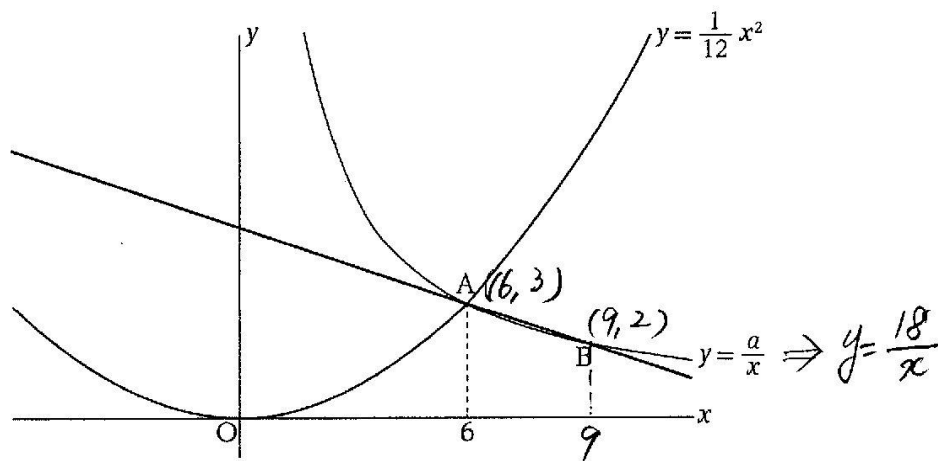
$=\frac{3\sqrt{2}}{2}$

よって $EC=\frac{3\sqrt{2}}{2}$

$=3$

- 2 a は正の定数とする。図1のように、関数 $y = \frac{a}{x}$ のグラフ上に2点 A, B がある。点 A は関数 $y = \frac{1}{12}x^2$ のグラフとの交点であり、その x 座標は6である。また、点 B の x 座標と y 座標はそれぞれ1桁の整数であり、 x 座標は6より大きい。このとき、次の各問いに答えなさい。

図1



- (1) a の値は アイ である。

$$y = \frac{1}{12}x^2 \text{ に } x=6 \text{ を代入すると、 } y = \frac{1}{12} \times 6^2 = \frac{1}{12} \times 36 = 3 \quad \underline{a=18}$$

よって $A(6, 3)$ となる。 $y = \frac{a}{x}$ を通るので、 $3 = \frac{a}{6}$ より $a=18$

- (2) 点 B の座標は (ウ, エ) である。

点 B の x 座標と y 座標は、それぞれ1桁の整数で6より大きいので

$$y = \frac{18}{x} \text{ において } \begin{array}{c|ccc} x & 7 & 8 & 9 \\ \hline y & \times & \times & 2 \end{array} \text{ より } \underline{B(9, 2)}$$

- (3) 直線 AB の式は $y = \frac{\text{オカ}}{\text{キ}}x + \text{ク}$ である。

AB は直線なので一次関数 $y = ax + b$ で表せる。

よって 2点 $A(6, 3)$, $B(9, 2)$ を通るので

$$\begin{array}{c|cc} x & 6 & \rightarrow 9 \\ \hline y & 3 & \rightarrow 2 \end{array} \quad \text{よって } a = \frac{2-3}{9-6} = -\frac{1}{3}$$

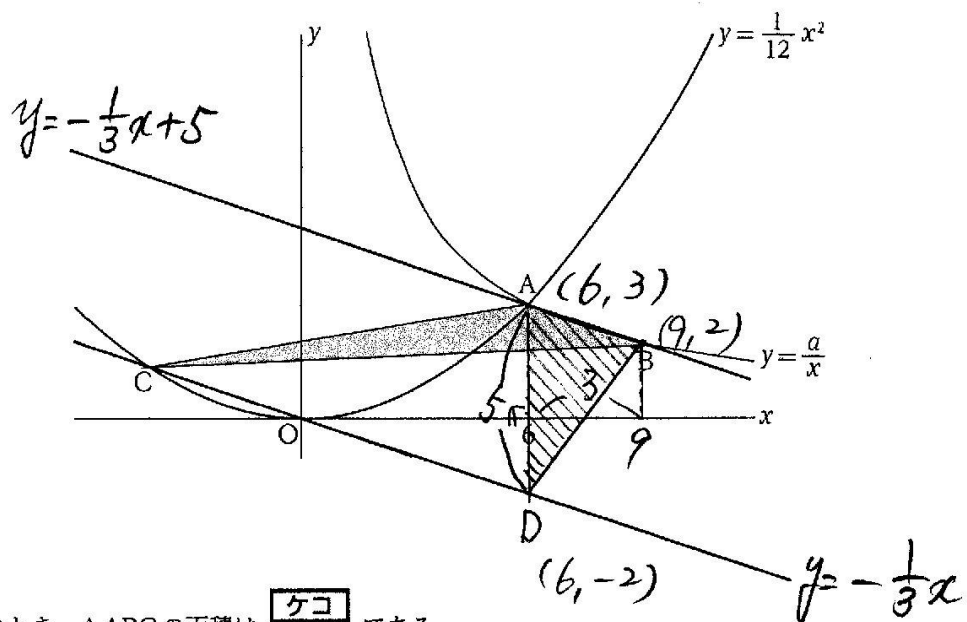
よって $y = -\frac{1}{3}x + b$ と仮定し $A(6, 3)$ を通るので

これに $x=6, y=3$ を代入すると

$$\underline{y = -\frac{1}{3}x + 5} \quad 3 = -\frac{1}{3} \times 6 + b \text{ より } b=5$$

- (4) 図2のように、原点Oを通り直線ABと平行な直線と関数 $y = \frac{1}{12}x^2$ のグラフとの交点で、Oと異なるものをCとする。

図2



このとき、 $\triangle ABC$ の面積は $\frac{\boxed{\text{ケコ}}}{\boxed{\text{サ}}}$ である。

Aからx軸に対して垂線を下ろし、直線COとの交点をDとする
直線COは、直線ABと平行で、原点Oを通るので
 $y = -\frac{1}{3}x$ で表される。点Dの座標は $x=6$ なら
 $y = -\frac{1}{3} \times 6 = -2$ 所以点D(6, -2)である。

図2において、直線ABと直線COは平行なので

$$\triangle ABC = \triangle ABD \text{ である。}$$

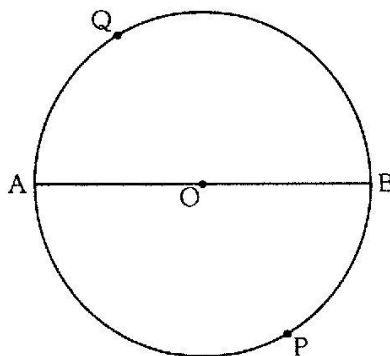
$$\text{図2から } \triangle ABD = \frac{1}{2} \times 5 \times 3 = \frac{15}{2}$$

$$\text{よって } \triangle ABC = \frac{15}{2}$$

(注) この問題はこれ以外にもいろいろな解き方がある。

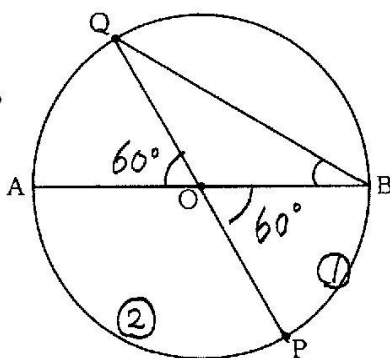
- 3 図1のような、線分ABを直径とする半径 $2\sqrt{5}$ の円Oがある。この円周上に点A, Bと異なる点Pをとり、線分PQが直径となるように点Qをとる。このとき、次の各問に答えなさい。

図1



- (1) 図2のように、点Pを $\widehat{AP}:\widehat{PB}=2:1$ となるようにとる。このとき、 $\angle QBA = \boxed{\text{アイ}}$ °である。

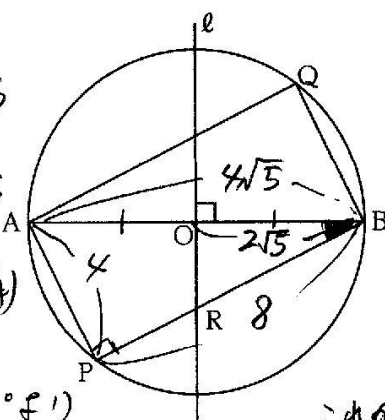
図2
 $\widehat{AP}:\widehat{PB}=2:1$ より
 $\angle BOP = 180^\circ \times \frac{1}{3} = 60^\circ$
 対頂角は等しいので
 $\angle AOQ = \angle BOP = 60^\circ$
 円周角の定理により
 $\angle QBA = \frac{1}{2} \times \angle AOQ$
 $= \frac{1}{2} \times 60^\circ = 30^\circ$



$\angle QBA = 30^\circ$

- (2) 図3のように、点Pを $AP=4$ となるようにとり、ABの垂直二等分線 ℓ とBPとの交点をRとする。このとき、 $OR = \boxed{\text{ウ}}$ である。さらに、 $RB = \boxed{\text{エ}}$ 、 $PR = \boxed{\text{オ}}$ である。

図3
 $\triangle APB$ と $\triangle ROB$ で
 線分ABは円Oの直径だから
 $\angle APB = 90^\circ$
 ℓ はABの垂直二等分線だから
 $\angle ROB = 90^\circ$
 また、 $\angle ABP = \angle RBO$ (共通)
 よて、 $\triangle APB \sim \triangle ROB$
 $\triangle APB$ において、 $\angle APB = 90^\circ$ より
 $PB = \sqrt{(4\sqrt{5})^2 - 4^2} = \sqrt{64} = 8$



$8:2\sqrt{5} = 4:OR$
 $8OR = 8\sqrt{5}$
 $OR = \sqrt{5}$

同様に

$4\sqrt{5} = RB = 8:2\sqrt{5}$
 $8RB = 40$
 $RB = 5$

よて $PR = PB - RB = 8 - 5 = 3$

$OR = \sqrt{5}, RB = 5, PR = 3$

(3) 図4のように、図3において直線ARを引き、線分BQの中点をSとする。

このとき、 $\triangle ARS$ の面積は カキ であり、Sと直線ARとの距離は $\frac{\text{フケ}}{\text{コ}}$ である。

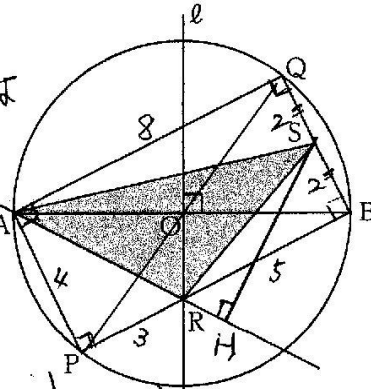
AB, PQは円Oの直径だから
四角形APBQの4つの内角は
すべて 90° となり、四角形APBQは
長方形である。

$\triangle ARS$ の面積は、長方形APBQ
から $\triangle APR$, $\triangle RBS$, $\triangle ASQ$ の
面積を引いたものに等しいので

$$\begin{aligned}\triangle ARS &= 4 \times 8 - \left(\frac{1}{2} \times 4 \times 3 + \frac{1}{2} \times 5 \times 2 + \frac{1}{2} \times 8 \times 2 \right) \\ &= 32 - (6 + 5 + 8) = 32 - 19 = 13\end{aligned}$$

$$\triangle ARS = 13$$

(4) 図4において、3点O, B, Qを通る円の半径は $\frac{\text{サ}}{\text{シ}}$ である。



Sと直線ARとの距離は

Sから直線ARに下ろした
垂線SHに等しい

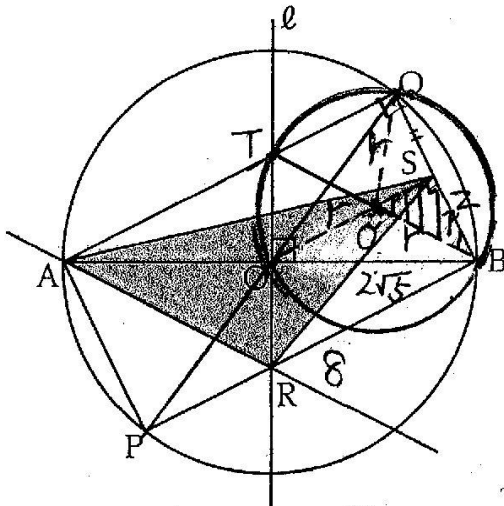
$$\text{図から、} \triangle ARS = \frac{1}{2} \times AR \times SH$$

三平方の定理より

$$AR = \sqrt{4^2 + 3^2} = \sqrt{25} = 5$$

$$\begin{aligned}\text{よって } \frac{1}{2} \times 5 \times SH &= 13 \\ SH &= \frac{26}{5}\end{aligned}$$

$$\frac{\text{Sと直線ARとの距離}}{\frac{26}{5}}$$



(2) より、 $PB = 8$ (直径)

$$OS = \frac{1}{2} PB = \frac{1}{2} \times 8 = 4$$

$\triangle OBQ$ は、 $OB = OQ$ の二等辺三角形
で $BS = QS$ より、 $\angle OSB = 90^\circ$

→ 3点O, B, Qを通る円の中心をO'とすると

$$OO' = BO' = QO' = r \text{ (半径)}$$

$\triangle OBS$ は $\angle OSB = 90^\circ$ の直角三角形だから

$$OB^2 = OS^2 + BS^2$$

$$OB = r, OS = (4 - r), BS = 2 \text{ より}$$

$$r^2 = (4 - r)^2 + 2^2$$

$$24 \text{ をまとめると } 8r = 20$$

$$\text{よって } r = \frac{5}{2}$$

(別解) $\angle TOB = \angle TQB = 90^\circ$ より

四角形TOBQは円に内接するから

TBは円O'の直径となる。

$$\text{図より、} TB = QB = 5$$

$$\text{よって、円O'の半径は } \frac{5}{2}$$

$$r = \frac{5}{2}$$

- 4 数 x と自然数 n に対して、以下の3つのプログラムを用意した。

$A[x, n]$ は、 x に n を加えるプログラムである。

$T[x, n]$ は、 x を n 倍するプログラムである。

$P[x, n]$ は、 x を n 乗するプログラムである。

例えば、次のような実行結果が得られる。

$A[1, 2]$ の実行結果は、1 に 2 を加えるから、3 である。

$T[1, 2]$ の実行結果は、1 を 2 倍するから、2 である。

$P[1, 2]$ の実行結果は、1 を 2 乗するから、1 である。

さらに、これらを組み合わせて実行することによって、いろいろな数値計算を行う。

例えば、次のような実行結果が得られる。

$A[T[1, 2], 3]$ の実行結果は、 $T[1, 2]$ の実行結果 2 に 3 を加えるから、5 である。

$T[P[1, 2], 3]$ の実行結果は、 $P[1, 2]$ の実行結果 1 を 3 倍するから、3 である。

このとき、次の各問いに答えなさい。

- (1) $P[-3, 2]$ の実行結果は ア、 $T[A[1, 3], 10]$ の実行結果は イウ である。

$$(-3)^2 = 9 \quad \underline{9} \quad A[1, 3] = 1 + 3 = 4 \quad \underline{40}$$

$$T[A[1, 3], 10] = T[4, 10] = 4 \times 10 = 40$$

- (2) 実行結果 $(2x + 3)^4$ を得るためには、エ を実行すればよい。エ に当てはまるものを、下記の①～⑫の中から選びなさい。

- | | | |
|-------------------------|-------------------------|-------------------------|
| ① $A[T[P[x, 2], 3], 4]$ | ⑤ $A[T[P[x, 4], 3], 2]$ | ⑨ $A[P[T[x, 2], 3], 4]$ |
| ② $A[P[T[x, 4], 3], 2]$ | ⑥ $T[A[P[x, 2], 3], 4]$ | ⑩ $T[A[P[x, 4], 3], 2]$ |
| ③ $T[P[A[x, 2], 3], 4]$ | ⑦ $T[P[A[x, 4], 3], 2]$ | ⑪ $P[A[T[x, 2], 3], 4]$ |
| ④ $P[A[T[x, 4], 3], 2]$ | ⑧ $P[T[A[x, 4], 3], 2]$ | |

$$2x + 3 \rightarrow x \text{ を 2 倍して 3 を加える} \Rightarrow A[T[x, 2], 3] \rightarrow 4 \text{ 乗する} \Rightarrow P[A[T[x, 2], 3], 4]$$

- (3) ユウさんは、 $P[T[x, 2], 2]$ を実行しようとしたが、誤って $P[A[x, 2], 2]$ を実行してしまった。そこで、実行したかったプログラムをあらためて実行し直したが、実行結果は

同じであった。このとき、 x の値は オ または カキ である。

$$P[T[x, 2], 2] \rightarrow P[2x, 2] \rightarrow (2x)^2 = 4x^2$$

$$P[A[x, 2], 2] \rightarrow P[x+2, 2] \rightarrow (x+2)^2$$

$$4x^2 = (x+2)^2$$

$$4x^2 = x^2 + 4x + 4$$

$$3x^2 - 4x - 4 = 0$$

$$x = \frac{4 \pm \sqrt{64}}{6} = 2, -\frac{2}{3}$$

$$x = \frac{-(-4) \pm \sqrt{(-4)^2 - 4 \times 3 \times (-4)}}{2 \times 3}$$

(4) カズさんは、次のような規則で数の列を作った。

- 1 番目の数は $A[0, 3]$ の実行結果とする。 $\rightarrow 0 + 3 = 3$
- 2 番目の数は $A[A[0, 3], 3]$ の実行結果とする。 $\rightarrow 3 + 3 = 6$
- 3 番目の数は $A[A[A[0, 3], 3], 3]$ の実行結果とする。 $\rightarrow 3 + 3 + 3 = 9$

このとき、カズさんが作った数の列の 50 番目の数は **ケコサ** である。

番目	1	2	3	...	n	$n=50$ として
数	3	6	9	...	$3n$	$3 \times 50 = 150$

(5) マコさんは、カズさんとは別に、次のような規則で数の列を作った。

- 1 番目の数は $T[1, 3]$ の実行結果とする。 $\rightarrow 1 \times 3 = 3$
- 2 番目の数は $T[T[1, 3], 3]$ の実行結果とする。 $\rightarrow 3 \times 3 = 9 = 3^2$
- 3 番目の数は $T[T[T[1, 3], 3], 3]$ の実行結果とする。 $\rightarrow 3 \times 3 \times 3 = 27 = 3^3$

このとき、マコさんが作った数の列の中で初めて 4 桁になる数は、カズさんが作った数の列の **シスセ** 番目の数である。

番目	1	2	3	4	5	6	7	...	n
数	3	3^2	3^3	3^4	3^5	3^6	3^7	...	3^n
				↓	↓	↓	↓		
				81	243	729	2187		

マコさんが作った数の列の中で初めて 4 桁になる数は 2187
 また、カズさんが作った数の列の n 番目の数は $3n$ だから

$$3n = 2187$$

$$n = 729$$

729 番目