

令和 8 年度徳山工業高等専門学校編入学試験

情報電子工学科

数学

受験番号

総得点 ()

※の枠内には記入しないこと

1. 次の問いに答えよ。

(1) 方程式 $(2x + 1)^3 - 6(2x + 1)^2 - 16(2x + 1) = 0$ の解を求めよ。(5 点)

$$\begin{aligned}(2x + 1)^3 - 6(2x + 1)^2 - 16(2x + 1) &= 0 \\(2x + 1)\{(2x + 1)^2 - 6(2x + 1) - 16\} &= 0 \\(2x + 1)\{(2x + 1) + 2\}\{(2x + 1) - 8\} &= 0 \\(2x + 1)(2x + 3)(2x - 7) &= 0 \\ \therefore x &= -\frac{1}{2}, -\frac{3}{2}, \frac{7}{2}\end{aligned}$$

※1(1)

令和 8 年度徳山工業高等専門学校編入学試験

情報電子工学科

数学

受験番号

(2) 不等式 $(x-3)(1-x)(x^2+2) > 0$ を満たす x の値の範囲を求めよ。(5 点)

任意の x で $x^2 + 2 > 0$ であるから、与式の両辺を $x^2 + 2$ で割って

$$(\text{与式}) \iff (x-3)(1-x) > 0$$

これを解いて

$$-(x-3)(x-1) > 0$$

$$(x-3)(x-1) < 0$$

$$\therefore 1 < x < 3$$

※1(2)

令和 8 年度徳山工業高等専門学校編入学試験

情報電子工学科

数学

受験番号

2. 点 $A(3,1)$ を通り、 $\vec{u} = (1,2)$ に平行な直線を ℓ とする。次の問いに答えよ。

(1) 直線 ℓ 上の任意の点 P について、原点を O として $\vec{OP} = \vec{OA} + t\vec{u}$ (t は実数) とするとき、

t を用いて P の座標を表せ。(5 点)

$\vec{OA} = (3,1)$ より

$$\vec{OP} = (3,1) + t(1,2) = (3+t, 1+2t)$$

よって P の座標は $(3+t, 1+2t)$

※2(1)

(2) 点 $Q(-1,4)$ と直線 ℓ の距離を求めよ。(10 点)

$PQ \perp \ell$ を満たすとき PQ は最小となり、 Q と ℓ の距離に等しい。

ここで $\vec{PQ}$ は

$$\begin{aligned}\vec{PQ} &= \vec{OQ} - \vec{OP} \\ &= (-1,4) - (3+t, 1+2t) \\ &= (-4-t, 3-2t)\end{aligned}$$

よって、 $PQ \perp \ell$ を満たす t を求めると

$$\begin{aligned}\vec{PQ} \cdot \vec{u} &= 0 \\ (-4-t, 3-2t) \cdot (1,2) &= 0 \\ -4-t+2(3-2t) &= 0 \\ t &= \frac{2}{5}\end{aligned}$$

このとき $\vec{PQ} = (-\frac{22}{5}, \frac{11}{5})$

したがって、 Q と ℓ の距離は

$$|\vec{PQ}| = \sqrt{\left(-\frac{22}{5}\right)^2 + \left(\frac{11}{5}\right)^2} = 11\sqrt{\frac{2^2+1^2}{25}} = \frac{11}{\sqrt{5}}$$

※2(2)

令和 8 年度徳山工業高等専門学校編入学試験

情報電子工学科

数学

受験番号

3.次の問いに答えよ。

(1) 不等式 $-2\cos^2\theta - 3\sin\theta < 0$ を解きなさい。ただし、 $0 \leq \theta < 2\pi$ とする。(10 点)

与えられた不等式の左辺を変形すると、 $\cos^2\theta = 1 - \sin^2\theta$ より、

$$2\sin^2\theta - 3\sin\theta - 2 < 0$$

となる。この式の左辺を因数分解すると、

$$(\sin\theta - 2)(2\sin\theta + 1) < 0$$

となるが、 $-1 \leq \sin\theta \leq 1$ より $(\sin\theta - 2)$ は常に負である。

故に $2\sin\theta + 1 > 0$ ($2\sin\theta > -1$)となり、この不等式の解は、 $0 \leq \theta < \frac{7\pi}{6}$ および $\frac{11\pi}{6} < \theta < 2\pi$ となる。

※3(1)

(2) 定数Aが次の式で与えられるとき、 $\cos A$ の値を求めよ。(10 点)

$$A = \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4}\right)\pi$$

三角関数の性質より、

$$\cos A = \cos \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4}\right)\pi$$

$$= -\cos \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4}\right)\pi$$

$$= \sin \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{4}\right)\pi$$

次に、正弦の加法定理を用いると

$$\sin \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{4}\right)\pi = \sin \frac{\pi}{3} \cos \frac{\pi}{4} + \cos \frac{\pi}{3} \sin \frac{\pi}{4}$$

$$= \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$= \frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4}$$

を得る。以上より、 $\cos A = \frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4}$ となる。

※3(2)

令和 8 年度徳山工業高等専門学校編入学試験

情報電子工学科

数学

受験番号

4. 次の各問いに答えなさい。

(1) 2^{2025} は何桁の数か答えなさい。ただし、 $\log_{10} 2 = 0.3010$ とする。 (10 点)

2^{2025} について、10を底とする対数をとると、

$$\log_{10} 2^{2025} = 2025 \cdot \log_{10} 2 = 2025 \cdot 0.3010 = 609.5 \dots$$

よって、

$$2^{2025} = 10^{609.5 \dots}$$

$$10^{609} < 2^{2025} < 10^{610}$$

となるため、 2^{2025} は610桁の数である(ここで、 $1 < 10^{0.5 \dots} < 10$ であり、桁数は10の指数に1を足したものであることに注意)。

※4(1)

(2) 不等式 $\log_2 x + \log_2(x-1) > \log_3 9 + \log_2 3$ を解きなさい。 (10 点)

まず真数条件より $x > 1$ が得られる。また、与えられた式を整理すると、

$$(\text{左辺}) = \log_2 x(x-1), (\text{右辺}) = 2 + \log_2 3 = \log_2 4 + \log_2 3 = \log_2 12$$

となる。ここで左辺と右辺の真数を比較すると、底が2の対数関数の単調増加性より

$$x(x-1) > 12 \rightarrow x^2 - x - 12 > 0$$

となるため、これを解いて $x < -3, x > 4$ が得られるが、真数条件より、 $x > 4$ が解となる。

※4(2)

令和 8 年度徳山工業高等専門学校編入学試験

情報電子工学科

数学

受験番号

5.関数 $y = x^3 - 3kx^2 + 3kx - 1$ が極大となる xy 座標平面上の点を A , 極小となる点を B とする時, 以下の問いに答えよ。ただし k は実数の定数である。

(1) A, B がともに存在するための k の範囲を求めよ。(5 点)

※5(1)

$y' = 3x^2 - 6kx + 3k = 3(x^2 - 2kx + k)$ より、極大・極小が存在するためには

y' の判別式 D に対して $\frac{D}{9} = 4k^2 - 4k > 0$ が成立する事が必要十分である。

よって $4k^2 - 4k > 0 \Leftrightarrow 4k(k-1) > 0 \Leftrightarrow k < 0, 1 < k$

(2) (1) の条件の下で A, B の x 座標をそれぞれ α, β とおくと、 $\alpha + \beta, \alpha^2 + \beta^2, \alpha^3 + \beta^3$ の値を k を用いてかけ。(10 点)

※5(2)

(1) より A, B の x 座標は $y' = 0 \Leftrightarrow x^2 - 2kx + k = 0$ の解であるから、解と係数の関係より

$\begin{cases} \alpha + \beta = 2k \\ \alpha\beta = k \end{cases}$ を得る。故に $\alpha^2 + \beta^2 = (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta = 4k^2 - 2k$

また、 $\alpha^3 + \beta^3 = (\alpha + \beta)^3 - 3\alpha\beta(\alpha + \beta) = 8k^3 - 3k \cdot 2k = 8k^3 - 6k^2$ となる。

令和 8 年度徳山工業高等専門学校編入学試験

情報電子工学科

数学

受験番号

(3) k が(1)の範囲を動くとき, (2)の結果を用いて点 A, B の中点 M が描く軌跡を求めよ。

(10 点)

※5(3)

与式の右辺を $f(x)$ と書けば M の座標は $(\frac{\alpha+\beta}{2}, \frac{f(\alpha)+f(\beta)}{2})$ となるから $\frac{\alpha+\beta}{2} = k$

また、

$$\begin{aligned} \frac{f(\alpha) + f(\beta)}{2} &= \frac{\alpha^3 - 3k\alpha^2 + 3k\alpha - 1 + \beta^3 - 3k\beta^2 + 3k\beta - 1}{2} \\ &= \frac{\alpha^3 + \beta^3 - 3k(\alpha^2 + \beta^2) + 3k(\alpha + \beta) - 2}{2} \\ &= \frac{8k^3 - 6k^2 - 3k \cdot (4k^2 - 2k) + 3k \cdot 2k - 2}{2} = \frac{-4k^3 + 6k^2 - 2}{2} \\ &= -2k^3 + 3k^2 - 1 \end{aligned}$$

故に M が描く軌跡は曲線 $y = -2x^3 + 3x^2 - 1$ ($x < 0, 1 < x$) である。

令和 8 年度徳山工業高等専門学校編入学試験

情報電子工学科

数学

受験番号

6. 実数 α, β に対して下記が成立する事を示せ。ただし必要ならば(*)を用いてよい。

$$\int_{\alpha}^{\beta} (x - \alpha)(x - \beta) dx = -\frac{1}{6}(\beta - \alpha)^3$$

(*) n を自然数、 b を実数とすると、以下が成立する。ただし C は積分定数である。

$$\int (x + b)^n dx = \frac{1}{n+1} (x + b)^{n+1} + C$$

(10 点)

※6

$$\begin{aligned} \int_{\alpha}^{\beta} (x - \alpha)(x - \beta) dx &= \int_{\alpha}^{\beta} \{(x - \beta) + \beta - \alpha\} \cdot (x - \beta) dx \\ &= \int_{\alpha}^{\beta} (x - \beta)^2 dx + (\beta - \alpha) \int_{\alpha}^{\beta} (x - \beta) dx \\ &= \frac{1}{3} [(x - \beta)^3]_{\alpha}^{\beta} + \frac{\beta - \alpha}{2} [(x - \beta)^2]_{\alpha}^{\beta} \\ &= -\frac{1}{3} (\alpha - \beta)^3 - \frac{\beta - \alpha}{2} (\alpha - \beta)^2 \\ &= \frac{1}{3} (\beta - \alpha)^3 - \frac{1}{2} (\beta - \alpha)^3 = -\frac{1}{6} (\beta - \alpha)^3 \end{aligned}$$

ただし3行目で(*)を用いた。