

令和6年度専攻科入学者選抜試験「学力検査による選抜」

検査問題

数 学

受験番号	
------	--

9 : 0 0 ~ 1 0 : 0 0

【注意事項】

1. 指示があるまで問題用紙を開いてはいけません。
2. この表紙のほかに7ページあります。
3. すべてのページの受験番号欄に受験番号を記入してください。
4. 解答はその問題の所定の欄に記入してください。

数学

受験番号	
------	--

総得点 (_____)

※の枠内には記入しないこと

1. 以下の問いに答えよ。

- (1) 関数 $f(x)$ が $x = a$ で微分可能であるとき、微分係数 $f'(a)$ を用いて以下の式を表せ。(8点)

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+h) - f(a-h)}{h}$$

※ 1(1)

- (2) 曲線 $y = x e^{-x^2}$ に対して、 $x = \frac{1}{\sqrt{2}}$ に対応する点における接線を求めよ。また、この曲線と求めた接線および y 軸で囲まれた部分の面積 S を求めよ。(8点)

※ 1(2)

受験番号

数学

※の枠内には記入しないこと

(3) 次の定積分の値を求めよ。(9点)

$$\int_0^{2\sqrt{3}} \frac{1}{(x^2 + 4)^2} dx$$

※ 1(3)

2. 以下の問いに答えよ。

(1) 次の級数は収束するか、理由とともに述べよ。また収束する場合はその和も求めよ。
(7点)

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n^2 + 3n} - 5}{n}$$

※ 2(1)

受験番号	
------	--

数学

※の枠内には記入しないこと

(2) 関数 $z = 5x^2 - 5xy^2 + \frac{1}{2}y^5$ の極値を求めよ。(10点)

※ 2(2)

受験番号

数学

※の枠内には記入しないこと

3. 以下の問いに答えよ。

(1) 微分方程式 $\frac{dx}{dt} + \frac{1}{t}x = 0$ の一般解を求めよ。(8点)

※ 3(1)

(2) (1)の結果と定数変化法を用いて、微分方程式 $\frac{dx}{dt} + \frac{1}{t}x = \cos t$ の一般解を求めよ。

(8点)

※ 3(2)

受験番号

数学

※の枠内には記入しないこと

4. 以下の問いに答えよ。

(1) 微分方程式 $\frac{d^2x}{dt^2} + x = 0$ の一般解を求めよ。(8点)

※ 4(1)

(2) 微分方程式 $\frac{d^2x}{dt^2} + x = t \cos t$ の一般解を求めよ。(9点)

※ 4(2)

受験番号

数学

※の枠内には記入しないこと

5. 以下の問いに答えよ。

(1) k を実数とする。次の3つの列ベクトル

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}, \vec{b} = \begin{pmatrix} k \\ 4 \\ 2 \end{pmatrix}, \vec{c} = \begin{pmatrix} 3 \\ k \\ 1 \end{pmatrix}$$

が線形独立となるために、 k が満たすべき必要十分条件を求めよ。(8点)

※ 5(1)

(2) 固有値が2と-1で、それらに対応する固有ベクトルがそれぞれ

$$c_1 \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix}, c_2 \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} \quad (c_1 \neq 0, c_2 \neq 0)$$

である行列 A を求めよ。(8点)

※ 5(2)

受験番号	
------	--

数学

※の枠内には記入しないこと

- (3) n を自然数とする。前問で求めた行列 A について、 A^n を求めよ。(9点)

※ 5(3)
